



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 14 – ENERO DE 2008

“INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN EN 2º BACHILLERATO”

AUTORÍA ANTONIO GARCÍA JIMÉNEZ
TEMÁTICA MATEMÁTICAS CIENCIAS SOCIALES
ETAPA BACHILLERATO

Resumen

La optimización es una técnica muy importante para resolver ciertos problemas orientados a la toma de decisiones en diferentes áreas de conocimiento. La Investigación Operativa se encarga de estudiar estos métodos de optimización. La Programación Lineal es una de las herramientas más utilizadas en las Investigación Operativa, y se utiliza cuando las variables toman un comportamiento lineal tanto en la función objetivo como en las restricciones del problema.

Palabras clave

Optimización.

Investigación Operativa.

Programación Lineal.

Función Objetivo.

Restricciones.

Solución factible.

Solución Óptima.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 14 – ENERO DE 2008

1. ¿QUÉ ES LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA?

Para la Investigación Operativa (I.O.) lo más importante es ver como se puede asignar recursos disponibles a las distintas actividades de la manera más eficaz para la organización como un todo.

La definición de I.O. es debida a los científicos Churmam; Acknoff; Arnoff y dice:

“La I.O. es la aplicación por grupos interdisciplinarios del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas a fin de que se produzca soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda la organización”,

De la definición podemos deducir:

- La I.O. es un método que permite encontrar relaciones óptimas que mejor opera en el sistema dado un objetivo específico, es decir, puede decirse que intenta resolver los conflictos que interesen entre los componentes de la organización de forma que el resultado sea el mejor para la organización completa.
- La I.O. intenta encontrar la mejor solución o la solución óptima en el problema bajo consideración, es decir en lugar de contentarse con solo mejorar el estado de las cosas la meta es identificar la mejor acción posible.
- No puede esperarse que solo un individuo sea un experto en los múltiples aspectos del trabajo de la I.O. Cuando se va a realizar un estudio completo de I.O. de un nuevo problema se requiere por lo general organizar un equipo.

1.1. Contribuciones de la Investigación Operativa

Entre las contribuciones cotidianas podemos destacar las siguientes:

- Modernizar una situación de la vida real matemáticamente con lo que se logra una abstracción de los elementos esenciales para que pueda buscarse una solución que concuerde con los objetivos del que toma las decisiones. Esto implica considerar el problema dentro de un contexto completo.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 14 – ENERO DE 2008

- El análisis de las estructuras de tales soluciones y el desarrollo sistemático para obtenerlas.
- El desarrollo de una solución incluyendo la teoría matemática si es necesario que lleve el valor óptimo.

2. EVOLUCIÓN HISTÓRICA

La Investigación Operativa (I.O.) surge en el siglo XVIII por un economista llamado Quesny, en la que surgen algunos elementos de la I.O. actual.

La I.O. surge como tal en la 2ª Guerra Mundial para resolver problemas como: colocar minas de manera óptima, despliegue de radares, administrar combos, etc. A partir de la solución de los problemas surge la moderna I.O.

Para resurgir de la guerra también se usó la I.O. por parte de la industria y la banca. En el s. XX se desarrolló bastante. Además se produce un despunte de los ordenadores lo que permite abordar problemas de I.O. más grandes.

3. ETAPAS DE UN PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

A continuación se describe las etapas más importantes en un problema de Investigación Operativa:

1) Formulación del problema. La primera actividad que deberá desempeñar un equipo de I.O. es estudiar el sistema que se va analizar, es decir, definir el problema y esto incluye la especificación de los objetivos y de las limitaciones bajo las cuales opera el sistema que se modeliza. Esta etapa es la más importante en un problema de I.O. ya que afectará de forma significativa a las conclusiones del estudio.

2) Construcción del modelo. En este paso el analista crea un modelo matemático o representación idealizada de la definición del problema. Si el modelo resultante se ajusta a uno de los modelos existentes será posible obtener la solución mediante el algoritmo disponible. Si las relaciones matemáticas son demasiado complejas para analizar el problema el equipo de I.O. puede optar por emplear distintos enfoques de optimización tales como el eurístico o la simulación.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 14 – ENERO DE 2008

- 3) Obtención de la solución. Una vez formulado el problema matemático la siguiente etapa consiste en obtener la solución a partir del modelo, esta no es realmente la parte principal del problema ya que existen algoritmos de optimización bien definidos. La dificultad se encuentra en las etapas anteriores.
- 4) Validación del modelo. Esta etapa comprueba si el modelo propuesto hace lo que se supone que tiene que hacer.
- 5) La puesta en práctica. Esta etapa consiste en poner en práctica la solución final que hemos obtenido.

4. MODELOS DE LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA

Debido a que son muy amplios los problemas que abarcamos existen distintos modelos.

- 1) Bajos de incertidumbre. Son aquellos en los que cada alternativa del problema hay varias soluciones y en cada solución puede ocurrir con una cierta probabilidad.
- 2) Modelos con riesgo. Son aquellos en los que cada alternativa del problema hay varias soluciones y en cada solución puede ocurrir con una cierta probabilidad.
- 3) Determinísticos. Cada alternativa del problema hay una única solución, como hay varias alternativas existen varias soluciones, cada una tiene efectividad asociada a los objetivos del sistema.

5. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL

La Programación Lineal (P.L.) es una rama de la Investigación Operativa que trata de optimizar los recursos existentes en un problema cuando las variables toman forma lineal tanto en la función objetivo como en las restricciones.

La formulación de la P.L. (al igual que el resto de métodos de Investigación Operativa) es una labor desarrollada fundamentalmente en el siglo XX, aunque ciertos aspectos de la misma fueron tratados de algún modo por algunos matemáticos del siglo XIX.

El inicio de la P.L. con una formulación concreta en cuanto a objetivos a conseguir y deferentes métodos para alcanzarlos se puede datar a partir de la publicación de “Métodos Matemáticos de la Organización y Planificación de la Producción” del ruso Kantarovic en 1939, donde se formula por primera vez las técnicas de resolución de los problemas de P.L. Kantarovic aborda también el “Problema del Transporte”.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 14 – ENERO DE 2008

El norteamericano Stigler, en 1946, aborda otro problema particular conocido con el nombre de “Régimen alimenticio óptimo”. Con la obra “Teoría de Juegos y Conducta económica” del húngaro Newmann (1903-1957) se hizo mundialmente famosa la Teoría de Juegos y supuso un punto de partida fundamental para el posterior desarrollo de la “Teoría de la Decisión”.

El norteamericano Dantzing en 1947 propuso el llamado “Método Simplex” con utilidad en muchos campos, sobre todo en la 2ª Guerra Mundial. A partir de entonces se crean distintos grupos de trabajo que fundamentan y desarrolla diferentes ramificaciones de la Programación Lineal para optimizar los recursos existentes para los problemas concretos estudiados.

El matemático indio Karmakar descubrió en 1984 un método que resultaba más rápido que el Método Simplex en cierto tipo de problemas y se le conoce como “Algoritmo de Karmakar” , se considera mejor que el Método Simplex si en el problema intervienen más de 20.000 variables por ejemplo en telefonía.

6. ESTRUCTURA MATEMÁTICA DE LOS PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

La Programación lineal da respuestas a situaciones en las que se exige maximizar o minimizar funciones que se encuentran sujetas a determinadas limitaciones, que se llaman restricciones.

Así contamos con los siguientes elementos en los problemas de Programación Lineal:

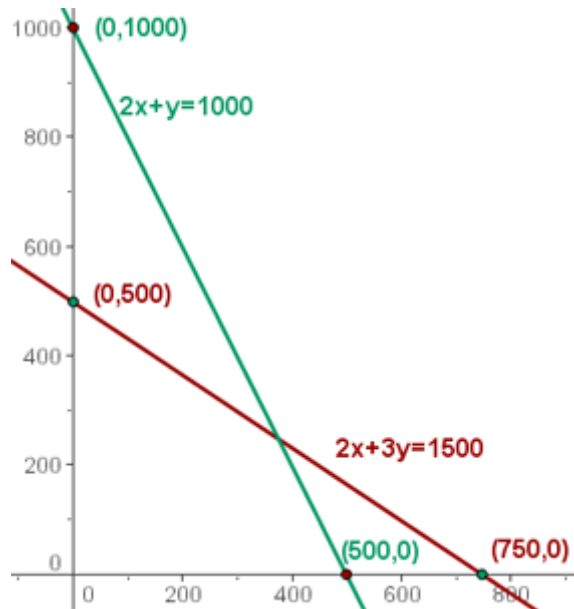
- *Función Objetivo*: La esencia fundamental de la Programación Lineal es optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo, que es una función lineal de varias variables.

$$F(x,y) = ax + by$$

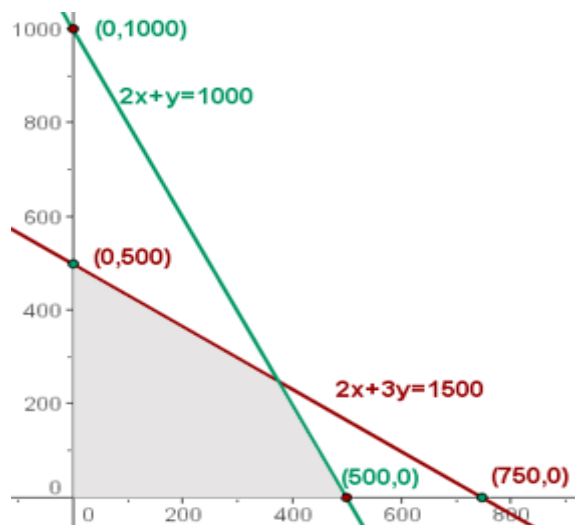
- *Restricciones*: La función objetivo está sujeta a una serie de restricciones, expresadas por inecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{array} \right.$$

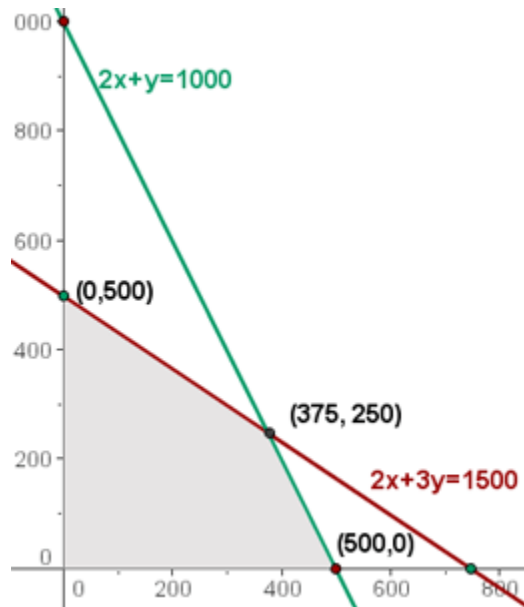
Cada desigualdad determina una recta



- *Solución factible*: El conjunto intersección, de todas las rectas formadas por las restricciones, determina un recinto, cerrado o no, que recibe el nombre de región factible o región de validez.



- *Solución óptima*: El conjunto de los vértices del recinto se llama conjunto de soluciones factibles básicas y el vértice donde se presenta la solución óptima se llama solución máxima (o mínima según el problema).



Hay que hacer notar que a las variables le imponemos la condición de no negatividad, es decir, que vamos a trabajar siempre en el primer cuadrante.

7. PASOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Estos son los pasos que deberemos seguir para resolver un problema de Programación Lineal de dos variables gráficamente:

- Elegir las incógnitas.
- Escribir la función objetivo en función de los datos del problema.
- Escribir las inecuaciones en forma de sistema de inecuaciones.
- Averiguar el conjunto de soluciones factibles representando gráficamente las restricciones.
- Calcular las coordenadas de los vértices del recinto de soluciones factibles.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 14 – ENERO DE 2008

- Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pida el problema.

8. BIBLIOGRAFÍA

Ríos Insua, S. (1988). *Investigación Operativa. Optimización*. Madrid: Ed. Centro de Estudios Ramón Areces.

Winston, W. (1994). *Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos*. México: Editorial Iberoamericana.

Martínez-Cuadra. *Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales*. Mc Graw Hill.

Turner (2007). *Matemáticas modernas aplicadas*. Buenos Aires: Alianza U.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Antonio García Jiménez
- Centro, localidad, provincia: Granada
- E-mail: antoniogj@hotmail.es