ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

"RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TEXTO DE CORTE ALGEBRAICO"

AUTORÍA **PATRICIA PÉREZ ORTIZ**
TEMÁTICA **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**
ETAPA **EP, ESO, BACHILLERATO…**

Resumen

La Resolución de Problemas se considera uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas por las habilidades y estrategias que pone en juego. Dentro de ésta temática la resolución de problemas de corte algebraico, aquéllos que conducen al planteamiento de ecuaciones, requieren un análisis particular. En ellos tropiezan con frecuencia los alumnos del segundo ciclo de la Enseñanza Secundaria.

Palabras clave

Incógnita, ecuación, resolución.

1. INTRODUCCIÓN

El presente artículo se limita a los problemas llamados de "texto". Consisten en un enunciado, normalmente en lenguaje habitual, en el que a partir de algunos datos se formulan determinadas cuestiones.

En todo problema textual existen, pues, dos partes claramente diferenciadas:

- Los datos
- Las cuestiones o preguntas.

El problema se resuelve cuando se responde a las preguntas a partir de los datos aportados y con frecuencia también de otros implícitos. Éstos últimos, como es lógico, son los más difíciles de obtener o averiguar.

Un problema de texto se dice de corte algebraico cuando en su resolución es preciso usar el lenguaje algebraico, consistente en el uso de letras para representar ciertas cantidades aderezadas con las operaciones matemáticas.

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

El presente artículo se limita exclusivamente al planteamiento de ecuaciones a partir de los problemas de texto, dejando para otro momento las técnicas de resolución de las mismas.

2. PROTOCOLO

Ante un problema de texto, al menos en las fases iniciales, es conveniente seguir un protocolo. Sirve de guía con objeto de no dejar sin atender elementos esenciales. Es frecuente escuchar frases como “no me sale”, “no sé hacerlo” y observar que no se ha hecho absolutamente nada, que no se ha escrito ni una línea. A veces se tiene la sensación de que la práctica de resolución de problemas produce parálisis mental. O todo o nada. No existen términos medios. Un protocolo puede servir al menos para ver en qué fase del proceso se ha producido el atasco y para poder formular preguntas más concretas y entablar una conversación ante la habitual respuesta “no sé hacerlo”.

Una vez que se adquiere cierta soltura en el lenguaje algebraico es posible dejar de lado estas muletas, pero en principio pueden revelarse extremadamente útiles.

El protocolo que aquí se propone consta de los pasos siguientes:

1) Lectura y comprensión del texto, y de todas las palabras que aparecen en el mismo. En la medida de lo posible la comprensión debe ser operativa. Así, por ejemplo, para resolver el siguiente problema:

   Averigua 3 números consecutivos cuya suma sea 39

   no basta con saber cuándo tres números dados son consecutivos, sino que es preciso saber cómo (operativamente) se obtiene el consecutivo de uno dado.

2) Observar de qué habla el problema, si se trata de un problema de corte geométrico, numérico… Incluso es deseable enmarcarlo en una categoría conocida: problema de móviles, de edades... En realidad el problema habla de algo y presupone que el lector tiene ciertos conocimientos sobre ello. Nadie sería capaz de resolver un problema geométrico sin tener ningún conocimiento de geometría. ¿Cómo podría alguien resolver el problema siguiente:

   Averigua los ángulos de un triángulo cuyas medidas están en la proporción definida por 1, 2 y 3

   sin saber que la suma de los ángulos de un triángulo es 180º o desconociendo lo que sean magnitudes proporcionales?

3) Una vez comprendido el texto es conveniente resaltar los objetos relevantes del mismo. Éstos deberán pertenecer a la categoría lingüística de los sustantivos o equivalentes.

4) Entre aquellos deberá elegirse la incógnita o incógnitas, poniendo de relieve su significado. Normalmente la elección viene sugerida por aquello por lo que se pregunta.

5) Si es posible a la nueva luz que arroja la incógnita y mediante el recurso de las operaciones matemáticas resumir la información verbal sobre los objetos en una tabla o gráfico. Así la información se presentará de forma más concisa.

REVISTA DIGITAL INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

6) Buscar relaciones entre los objetos de los que habla el problema. Dichas relaciones normalmente se dejan traslucir a través de formas verbales como "es", ·"suman" o sinónimos.
7) Plantear la ecuación traduciendo en términos de igualdad las relaciones entre los objetos.

3. ALGUNOS PROBLEMAS RESUELTOS Y COMENTADOS BAJO EL PRISMA DEL PROTOCOLO ANTERIOR.

3.1 Problema de edades

Actualmente un padre tiene el triple de edad que su hijo. Dentro de 15 años tendrá el doble. Calcula la edad de ambos.

a) Comentario: El enunciado habla de las edades de un padre y de un hijo desde dos puntos temporales distintos, ahora y dentro de 15 años (*objetos*). Y establece *relaciones* entre estas edades: "es el doble", "es el triple". El enunciado no parece encerrar conocimientos implícitos, si bien en muchos problemas de edades conviene observar que los años pasan para todos, dentro de 15 años, ambos padre e hijo, serán 15 años más viejos.
b) Elección de la incógnita. Podrían elegirse dos incógnitas una para la edad del padre y otra para la del hijo, mas la sencillez del enunciado invita a elegir una sola: la edad actual del hijo.

x representa la edad actual del hijo

c) Tabla:

	Actualmente	Dentro de 15 años
Edad padre	3x	3x+15
Edad hijo	x	x+15

d) La afirmación "dentro de 15 años (el padre) tendrá el doble de edad (que el hijo)" permite plantear la ecuación:

$$3x + 15 = 2(x + 15)$$

3.2 Problemas de mezclas

1) Una empresa ha comprado 3 kilos de anacardos y un número desconocido de kilos de almendra con intención de venderlos a 15 y 8€ respectivamente. Decide, sin incrementar el precio, comercializar la mezcla de ambos frutos secos a 13€ el kilo. ¿Cuántos kilos de almendra ha utilizado en la mezcla?

a) Comentario: El enunciado habla de dos tipos de frutos secos, cada uno de ellos con su peso y su precio (*objetos*). El problema no parece encerrar conocimientos implícitos. En este tipo de problemas la igualdad reside en el hecho de que la cantidad de cada sustancia permanece

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

constante en las dos formas de presentarlas separadas o mezcladas. En el problema que nos ocupa el valor de la venta permanece también constante.

b) Elección de la incógnita. Es natural elegir como incógnita lo que el problema pregunta

x representa el número de kilos de almendra

c) Tabla:

	Peso (en kilos)	Precio (en euros)	Valor (en euros)
Anacardos	3	15	45
Almendras	x	8	8x
Mezcla	3+x	13	13(3+x)

d) El hecho de que el valor se mantenga constante en la venta por separado de los productos y en su mezcla permite plantear la ecuación:

$$8x + 45 = 13(3 + x)$$

2) Se dispone de 4 litros de un líquido con una concentración del 72% de alcohol ¿Con cuántos litros de otro líquido del 92% de concentración de alcohol se ha de mezclar para conseguir una concentración del 80%?

a) Comentario: El enunciado habla de dos líquidos cada uno con su peso y concentración de alcohol (*objetos*). La igualdad reside en la permanencia de la cantidad de alcohol que hay en el conjunto de las sustancias a mezclar y en el resultado final de la mezcla.

b) Elección de la incógnita. Es natural elegir como incógnita lo que el problema pregunta.

x representa el número de litros del segundo líquido

c) Tabla:

	volumen (en litros)	Concentración	Cantidad de alcohol
Líquido 1	4	72%	4.0,72
Líquido 2	x	92%	0,92x
Mezcla	4+x	80%	0,8(4+x)

d) El hecho de que la cantidad de alcohol se mantenga constante en los líquidos por separado y en su mezcla permite plantear la ecuación:

$$0{,}92x + 2{,}88 = 0{,}8(4 + x)$$

e) Ambos problemas de mezclas son enteramente análogos si se intercambian pesos y volúmenes, precios y concentración de alcohol, valor en euros y cantidad total de alcohol.

REVISTA DIGITAL
INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

3.3 Problemas de móviles con velocidad constante

Este tipo de problemas requieren cierto conocimiento físico implícito, al menos la fórmula que afirma que el espacio recorrido por un móvil es igual a su velocidad por el tiempo empleado en el recorrido.

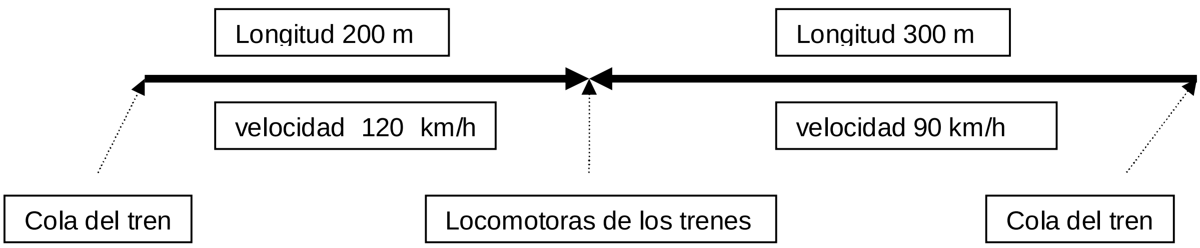
$$e = vt$$

En un nivel de formalización superior los problemas de móviles podrían resolverse mediante sistemas de referencia para describir la posición de los móviles y el instante temporal. Aunque este enfoque podría permitir una mejor caracterización estructural de este tipo de problemas es más complejo y por ello no es el que aquí se ha pretendido.

1) ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse dos trenes de 200 y 300 metros de largo y que circulan en sentidos opuestos a 90 y 120 km/h respectivamente?

a) Comentario: El enunciado habla de dos trenes, cada uno de ellos de una longitud determinada y circulando a velocidad constante (*objetos*). Las distintas unidades (metros, km/h) añaden alguna dificultad adicional.

Un gráfico permite entender mejor la situación:



b) Elección de la incógnita. Es natural elegir como incógnita lo que el problema pregunta.

t representa el tiempo en minutos (unidad más cómoda) que tardan los móviles en cruzarse

c) Tabla:

	velocidad	Tiempo en minutos	Espacio en metros
Tren 1	1500 m/min	t	1500t
Tren 2	2000 m/min	t	2000t

d) En este problema no es tan fácil como en los anteriores averiguar dónde se encuentra la igualdad. Una observación atenta o un contraste de opiniones dejará vislumbrar que aquélla reside en el siguiente hecho: cuando entre ambas locomotoras hayan recorrido 500 metros o se encuentren a 500 metros de distancia los trenes se habrán cruzado.

$$1500t + 2000t = 500$$

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

2) Unos ladrones circulan por una carretera a la velocidad de 160 km/h. Desde un control, por el que los ladrones han pasado 2 horas antes, la policía sale en su persecución a la velocidad de 175 km/h. Calcula la distancia a la que los ladrones son alcanzados.

   a) Comentario: El enunciado habla de dos coches, el de los ladrones y el de la policía, ambos circulando a velocidades constantes durante ciertos períodos de tiempo (*objetos*).

   b) Elección de la incógnita. En este ejemplo elegiremos como incógnita el tiempo transcurrido desde el momento en que los ladrones pasan por el punto de control hasta que son alcanzados por la policía. También podía elegirse la distancia desde el punto de control hasta el lugar en que los ladrones son alcanzados por la policía, que es lo que el problema pregunta.

   t el tiempo en horas desde que los ladrones pasan por el punto de control hasta que son alcanzados.

   c) Tabla:

	velocidad	Tiempo en horas	Espacio recorrido en km
ladrones	160 km/h	t	160t
policía	175 km/h	t-2	175(t-2)

   d) En este problema, como en los de persecución y alcance, la igualdad reside en que el espacio recorrido por ambos, ladrones y policía, contado desde el punto de control, es el mismo.

$$160t = 175(t-2)$$

3) ¿A qué hora a partir de las 8 coinciden las dos manecillas del reloj?

   a) Comentario: Los problemas de relojes pertenecen a la más amplia categoría de problemas de móviles y de persecución. Dos son las manecillas, la horaria y el minutero, que se mueven a velocidades constantes (implícitas en el problema) y que han de encontrarse pasado un determinado tiempo (*objetos*). También se encuentra implícito el dato de que a las 8 horas las agujas distan entre sí 40 divisiones (correspondientes a minutos) medidas en el sentido de recorrido de las agujas de los relojes.

   b) Elección de la incógnita:

   t tiempo en minutos desde las 8h hasta que se encuentran las manecillas.

   c) Tabla:

INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS — REVISTA DIGITAL

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 16 – MARZO DE 2009

	velocidad	Tiempo en horas	Espacio recorrido en divisiones
horaria	5 minutos/h	t	5t
minutero	60 minutos/h	t	60t

d) La igualdad reside en las 40 divisiones que debe haber recorrido más el minutero que la aguja horaria:

$$60t = 5t + 40$$

3.4 Problemas de grifos, depósitos, alimentación del ganado

Estos problemas se pueden inscribir en la categoría más general de problemas de proporcionalidad inversa. En ellos el producto de las variables es constante.

1) Un primer grifo, con un caudal de agua uniforme, tarda 10 horas en llenar un depósito, mientras que un segundo grifo en las mismas condiciones, tardaría 12 horas. ¿Cuántas horas tardarían en llenar el depósito entre ambos?

   a) Comentario: El enunciado habla de dos grifos, ambos con un caudal uniforme, y de unos tiempos de llenado de un depósito, cada grifo independientemente (*objetos*).

   b) Elección de la incógnita:

   t el tiempo en horas que tardan ambos grifos en llenar el depósito.

   c) Tabla:

	Velocidad de llenado	Tiempo en horas	Capacidad llenada
grifo 1	$\frac{1}{10}$ de depósito/hora	t	$\frac{1}{10}t$
Grifo 2	$\frac{1}{12}$ de depósito/hora	t	$\frac{1}{12}t$

   d) La igualdad reside en que entre ambos grifos deben llenar el depósito entero:

$$\frac{1}{10}t + \frac{1}{12}t = 1$$

2) Un ganadero dispone de alimento suficiente para alimentar sus 20 cabezas de ganado durante 30 días. ¿Cuántas cabezas de ganado más podrá adquirir si desea que el alimento le dure 12 días?

   a) Comentario: El enunciado habla de dos situaciones en una ganadería, la primera con 20 cabezas y alimento para 30 días y la segunda con un número indeterminado de cabezas, con alimento suficiente para 12 días (*objetos*). Se supone que el ganadero provee a cada cabeza de ganado de la misma cantidad diaria de comida.

b) Elección de la incógnita:

x cabezas adicionales con alimento suficiente en el almacen.

c) Tabla:

	Cabezas	Días	Totalidad de raciones
Situación 1	20	30	20.30
Situación 2	20+x	12	$(20+x)12$

d) La igualdad reside en la constancia del número de raciones:

$$(20+x)12 = 600$$

Autoría

- Nombre y Apellidos: Patricia Pérez Ortiz
- Centro, localidad, provincia: IES TORREBLANCA, Sevilla, Sevilla
- E-mail: patruki957@yahoo.es