



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 20 – JULIO DE 2009

“IMPORTANCIA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. ESTRATEGIAS Y RECURSOS”

AUTORÍA MARÍA DEL CARMEN GARCÍA JIMÉNEZ
TEMÁTICA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, COMPETENCIA MATEMÁTICA
ETAPA ESO, BACHILLERATO

Resumen

Este artículo comienza planteando lo importante que es resolver problemas como parte fundamental para adquirir destrezas matemáticas; a lo largo del desarrollo del mismo, se plantean estrategias, se presentan propuestas didácticas y se esbozan diversos ejemplos que pueden servir de guía para ayudar a desarrollar habilidades en el alumnado, para que de esta forma ellos/as puedan enfrentarse a situaciones novedosas. También se aportan ideas para motivar al alumnado a resolver problemas.

Palabras clave

Resolución de problemas.

Estrategias.

Motivación.

Destrezas.

Propuestas didácticas.

1. INTRODUCCIÓN.

Una de las actividades fundamentales en Matemáticas es la **Resolución de Problemas**. Es necesario hacer ver a los/as alumnos/as que adquirir una razonable destreza en la resolución de problemas no es tarea de un día, y que no hay un método concreto que, una vez aprendido, asegure el éxito de la tarea, por eso es necesario adquirir destrezas generales para la resolución de problemas que nos ayuden a resolverlos, aunque desde el aula es necesario hacer ver al alumnado que la capacidad de resolución mejora resolviendo muchos problemas.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 20 – JULIO DE 2009

2. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO?

- ⇒ Definición de *Polya* (1961): Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata.
- ⇒ Definición de *Krulik y Rudnik* (1980): Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma.
- ⇒ Definición según la *RAE*: Una de las definiciones que el diccionario de la RAE propone para la palabra problema es que es un planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de un método científico.

Teniendo en cuenta estas definiciones, a nuestros alumnos/as transmitiremos la idea de que un problema es una situación que plantea una meta a conseguir, durante ese camino se tendrán que tomar decisiones y el alumno/a tendrá que poner en juego conceptos, estrategias generales, procedimientos específicos; otro de los aspectos a tener en cuenta es que el alumnado debe poseer una actitud positiva para llevar a cabo la resolución del problema, por eso es muy importante transmitirles esta idea desde la primera unidad del curso.

La resolución de problemas lleva asociado el uso de la *heurística*, ésta es la rama de la ciencia cuyo objetivo es el proceso de resolución de problemas.

3. CONSIDERACIONES GENERALES PARA RESOLVER UN PROBLEMA.

En este apartado se van a ver las fases típicas que un alumno/a debe considerar para resolver un problema:

1) Comprensión del problema: En esta fase juega un papel muy importante la lectura comprensiva del problema.

⌘ **Dificultad por parte del alumnado:** Hoy día nos encontramos en las clases que los alumnos/as, ante el planteamiento de un problema no lo saben resolver, y a veces ni siquiera intentan resolverlo, esto es debido a que cuando lo leen no llevan a cabo una lectura comprensiva del mismo y por tanto no lo entienden.

⌘ **Ejemplo:**

Tres operarios limpian un parque en 7 horas. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 8 operarios?

Se trata de un problema de magnitudes inversamente proporcionales (donde si aumenta una magnitud, disminuye la otra) y es un ejemplo típico en el que los/as alumnos/as no se paran a



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 20 – JULIO DE 2009

reflexionar qué es lo que está ocurriendo; resulta que si aumento el número de trabajadores tardaré menos tiempo en limpiar el parque, pues bien en la mayoría de los casos lo resuelven como si se tratara de un problema de proporcionalidad directa (al aumentar una magnitud, aumenta la otra magnitud también).

2) Concepción de un plan: Una vez leído y comprendido el problema, es necesario hacer notar a los/as alumnos/as que deben observar si el problema planteado guarda relación con otros problemas estudiados o conocidos previamente, pues de esta manera se pueden comparar e intentar conectar conocimientos.

✂ **Dificultad por parte del alumnado:** Centrándonos en las unidades didácticas, muchos de nuestros/as alumnos/as consideran las unidades didácticas de estudio como bloques independientes que nada tienen que ver unos con otros.

✂ **Ejemplo:** Para poder estudiar la unidad didáctica de “Ecuaciones” es necesario haber estudiado antes la unidad didáctica de “Monomios y Polinomios”, pues a veces para poder resolver una ecuación debemos hacer previamente la suma o resta de monomios/polinomios para obtener la ecuación final. La siguiente igualdad $5x^2 + 7x + 2 = 4x^2 + 5x + 3$ se convertirá en una ecuación de segundo grado que, tras haber realizado las operaciones convenientes, procederemos a resolver.

3) Ejecución del plan: Una vez comprendido el problema y planteado un procedimiento de resolución se llevará a cabo su ejecución. En esta fase es necesario que el alumno/a siempre controle la situación del problema y ante un posible fallo se podrá detectar más fácilmente, si los pasos seguidos han tenido un buen orden y organización.

✂ **Dificultad por parte del alumnado:** En muchas ocasiones nuestro alumnado no sigue un proceso organizado de resolución del problema (no indican toma de datos o planteamiento a seguir), es decir, en la mayoría de las veces intentan “ahorrar” el mayor número posible de pasos, por lo que si hay un fallo les resulta muy difícil saber si procede de la toma de datos o de equivocaciones durante el procedimiento de resolución.

✂ **Ejemplo:**

Un salón de forma rectangular tiene una superficie de 48 m^2 y su diagonal mide 10 m . ¿Cuáles son sus dimensiones?

La resolución de este problema consiste en resolver un sistema de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas. Pero antes de su resolución hemos de tener muy claramente organizado de dónde viene cada una de las ecuaciones, pues si hubiera algún error habría que revisar, no solo los cálculos realizados sino también el planteamiento inicial del problema: una de las ecuaciones se obtiene a partir del Teorema de Pitágoras (con el triángulo rectángulo que hay dentro del rectángulo) y la otra ecuación se obtiene a partir de la fórmula del área del rectángulo (base por altura); además en este problema resultaría muy clarificador hacer el dibujo del rectángulo.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 20 – JULIO DE 2009

4) Revisión y comprobación: Una vez terminado el problema es necesario que el alumno observe y reflexione sobre el proceso seguido y sobre los resultados obtenidos.

⌘ **Dificultad por parte del alumnado:** Por lo general, el alumnado no comprueba si los resultados obtenidos son coherentes con lo que debiera salir.

⌘ **Ejemplo:** Las soluciones de un sistema de inecuaciones son las soluciones comunes a todas las inecuaciones que forman el sistema; pues bien, muchas veces nos encontramos que el alumnado nos da las soluciones de cada inecuación, pero realmente no contestan a lo que se plantea en el ejercicio/ problema, que era dar la solución común de todas las inecuaciones.

4. ESTRATEGIAS Y RECURSOS PARA MOTIVAR AL ALUMNO/A A RESOLVER PROBLEMAS.

A la hora de hacer frente a un problema no solo hay que tener en cuenta las capacidades que el alumno/a posea, también es necesario tener un conjunto de procedimientos o reglas que faciliten esa tarea. Existen muchas estrategias para resolver problemas matemáticos, algunas de ellas son las siguientes:

- Buscar un problema semejante ya resuelto. A medida que los/as alumnos/as resuelvan más problemas, tendrán la capacidad para encontrar semejanzas entre el problema propuesto y alguno realizado anteriormente.
- Hacer particularizaciones, es decir, descomponer el problema en casos más sencillos e ir complicándolos hasta llegar al problema propuesto inicialmente.
- En los problemas geométricos, hacer un dibujo.
- Hacer esquemas, gráficos o tablas que nos ayuden a organizar los datos.
- Suponer el problema resuelto. Esta estrategia consiste en comenzar por el final para que vayan apareciendo los datos que necesitamos para resolver el problema.
- Especular, conjeturar, probar, tantear, etc.
- Hacer preguntas intermedias. Esto consiste en autopreguntarse lo que no se pregunta explícitamente en el problema, pero que puede responderse utilizando la información que nos proporciona el problema.
- En cualquier libro podemos encontrar muchas más estrategias para poder resolver problemas; pero hay que hacer notar a nuestros/as alumnos/as que cualquier técnica que ellos propongan o piensen para resolver un problema es igual de válida, como estrategia de resolución de problemas, que la que venga detallada en un libro de texto.

De la misma forma que vamos a enseñar al alumnado, a lo largo de su etapa escolar, múltiples estrategias para resolver problemas, también es necesario motivarlo para que los resuelva.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 20 – JULIO DE 2009

Algunas ideas para motivar al alumnado a resolver problemas son las siguientes (en ellas no se busca resolverlas sino que sirvan de ejemplo como ideas motivadoras para trabajar en las distintas unidades didácticas del curso la resolución de problemas):

- A través del planteamiento de problemas divertidos, curiosos, llamativos, de ingenio, etc.

Propuesta didáctica: “Las tres hijas”

Dos profesores paseaban, charlando sobre sus respectivas familias:

- ¡Hola!, ¿qué tal?, ¿te casaste?, y... ¿cuántos hijos tienes?

- Pues tengo tres hijas.

- ¿y qué años tienen?

- ¡A ver si lo adivinas!: el producto de las edades de las tres es 36, y su suma es el número del portal que ves enfrente...

El ínclito filólogo (que no filólogo) duda, y responde:

- ¡Me falta un dato!

- ¡Ah, sí!, ¡la mayor toca el piano!

¿Qué edad tendrán las tres nenitas?

Solución: El número 36 se puede descomponer en tres factores de las siguientes formas:

1, 1, 36; 1, 2, 18; 1, 3, 12; 1, 4, 9; 1, 6, 6; 2, 2, 9; 2, 3, 6; 3, 3, 4.

Puesto que, evidentemente, el profesor que intenta resolver el acertijo conoce el número de su propia casa, si estas ocho ternas de números sumaran cantidades distintas, hallaría fácilmente las edades de las niñas. Si dice que le falta un dato es porque varias de estas ternas suman lo mismo. Al hacer la comprobación, veremos que todas suman distinto excepto 1-6-6 y 2-2-9, que suman 13, luego ha de ser una de estas dos ternas, ya que de lo contrario el profesor no le habría faltado ningún dato. La aclaración "Mi hija mayor toca el piano" descarta la posibilidad 1-6-6, pues no hay una mayor; luego las edades son 2, 2 y 9 años.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 20 – JULIO DE 2009

- Proponiendo acertijos.

Propuesta didáctica: “La herencia de 17 camellos”

Un árabe dejó al morir a sus tres hijos una herencia de 17 hermosos camellos, especificando que habían de repartirla de la siguiente manera: al mayor la mitad de los camellos, al mediano la tercera parte, y al menor la novena parte. Los jóvenes herederos estaban desesperados, ya que evidentemente no podían repartir los 17 camellos de esta manera sin la colaboración del carnicero. Buscaron finalmente los consejos de un anciano y sabio amigo que prometió su ayuda. Al siguiente día se presentó en la cuadra llevando un camello de su propiedad. Lo juntó a los 17 y dijo a los hermanos que ya podían proceder al reparto. El mayor se llevó la mitad de los 18, o sea 9, el mediano un tercio de los 18, es decir 6; y el pequeño un noveno de los 18, o sea 2. Cuando ya se hubieron llevado los 17 primeros camellos, el anciano cogió el suyo y se marchó. ¿El truco?

- Realización de actividades manipulativas.

Propuesta didáctica: “Demostración del seno de la suma de dos ángulos”

A partir de un rombo de lado unidad que se dibujará en cartulina con las dimensiones que cada alumno/a quiera, se recortará y después se recompondrán las piezas formando otra figura geométrica, de la que obtendremos la demostración propuesta.

- Proponiéndoles actividades de investigación.
- Resolviendo problemas relacionados con la vida cotidiana.

Propuesta didáctica: “Aplicación de la función logarítmica en la intensidad sísmica”

Los alumnos ya estarán acostumbrados a escuchar en prensa y en su vida cotidiana que la intensidad de los terremotos se mide utilizando la escala de Richter, se trata de una escala logarítmica de base 10. La magnitud de un terremoto se mide por $M = \log P$, donde M es el grado del terremoto en la escala de Richter y P es la potencia, que indica cuántas veces ha sido mayor la amplitud de la onda sísmica del terremoto que la onda de referencia en situación normal.

Una vez aclarado estos conceptos previos, el alumnado estará en situación de resolver el siguiente problema: “¿Cuántas veces es mayor la potencia de un terremoto de grado 7 que otro de grado 5?”

- Propuesta y resolución de problemas de las antiguas civilizaciones. Con esta propuesta de problemas históricos se pretende que el alumno tenga curiosidad por otras culturas y que vea

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 20 – JULIO DE 2009

como en la antigüedad se resolvían los problemas, aunque como es obvio nuestro alumnado deberá resolverlos posteriormente con los recursos que hoy día se conocen.

Propuesta didáctica: El papiro de Rhind, escrito durante el siglo XVII antes de nuestra era, contiene una colección de problemas aritméticos, geométricos y algebraicos. En los problemas algebraicos la incógnita “x” aparece bajo el nombre de Aha o piloto.

Así, el Problema número 26 dice: “*calcula el valor del piloto si el piloto y la cuarta parte del piloto es igual a 5*”. La resolución consistió en partir del número 4 para que su cuarta parte fuera un entero, 1, en total 5. Se calculó cuántas veces se ha de contar 5 para obtener 15. El resultado es 3. Después multiplicaban a 3 por 4. El resultado es 12.

- Hacer matemáticas a través de juegos, puzzles, etc.

Propuesta didáctica: Utilización del Tangram.

Posiblemente el Tangram es el rompecabezas más antiguo que se conoce. Es de origen chino y se sabe que se utilizaba hace más de dos mil años. Consta de siete piezas, un cuadrado, cinco triángulos rectángulos (dos grandes, dos pequeños y uno mediano) y un romboide. Con esas siete piezas se pueden construir numerosas figuras reconocibles, que representan animales, objetos, personas, signos, etc. La forma más habitual de jugar consiste en reconstruir una figura dada usando las siete piezas del Tangram, sin que se superpongan unas a otras. Con esto conseguimos introducir conceptos de geometría plana.



- Proponiendo lecturas divertidas y llamativas. Existen libros de lectura juvenil que pueden ser muy motivadores, no solo por conseguir hábito lector en el alumnado sino también porque son libros que proponen retos matemáticos contados dentro de una historia de fantasía.

Propuesta didáctica: “El asesinato del profesor de matemáticas”; “El diablo de los números”; “Malditas matemáticas”, etc.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 20 – JULIO DE 2009

- Utilización de recursos Tic.

Propuesta didáctica:

⌘ http://catedu.es/matematicas_mundo/PROBLEMAS/problemas.htm. Página dedicada a la resolución de problemas, donde se exponen distintas estrategias de resolución de problemas.

⌘ <http://www.galeon.com/tallerdematematicas/problemas.htm>. Página dedicada al planteamiento de problemas de ingenio y acertijos. Podemos encontrar problemas como el siguiente:

“Un cazador camina 3 kilómetros hacia el sur, después 1 kilómetro hacia el este y ve un oso. Asustado, corre 3 kilómetros hacia el norte volviendo al punto de partida. ¿De qué color es el oso?”

⌘ <http://www.mlevitus.com/geompuzzles1sp.html>. Página con juegos, acertijos y recreaciones matemáticas.

⌘ <http://www.psicoactiva.com/enigmas.htm>. Página donde se recopilan algunos enigmas de resolución de problemas.

⌘ <http://www.aulademate.com/contentid-190.html>: Juegos de Matemáticas. Página con juegos matemáticos que ayudan a desarrollar el razonamiento lógico.

5. BENEFICIOS QUE APORTA AL ALUMNADO LA PRÁCTICA E RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

La destreza en la resolución de problemas forma parte de la adquisición en el alumnado de la competencia de razonamiento matemático, la cual nos habla de *“la habilidad para utilizar números y operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión del razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones y para resolver problemas relacionados con la vida diaria y el mundo laboral”*.

Pero también hay que tener en cuenta que la práctica de resolución de problemas aporta confianza en nuestro alumnado, no solo en su vida escolar sino también fuera de ella, pues ellos mismos observan que para llegar a la solución de un problema se pueden seguir muchos caminos y que el tiempo y esfuerzo que dediquen a la resolución de los mismos siempre será útil, aunque no se haya llegado a una solución final.

Desde la asignatura de Matemáticas se puede trabajar la resolución de problemas conectándolas con otras áreas del currículum pero también se puede conectar con aspectos de la vida cotidiana, como se ha planteado en el punto anterior.

Además la resolución de problemas ayuda a la construcción de conceptos y a establecer relaciones entre ellos.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 20 – JULIO DE 2009

6. CONCLUSIÓN.

La resolución de problemas debe desempeñar un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje del alumno/a; pero esta resolución de problemas no se debe trabajar de manera independiente al resto de contenidos, sino que debe estar presente en todas las unidades didácticas que trabajemos durante el curso.

La situación ideal sería que el propio alumno/a tome la iniciativa para la resolución de un problema y que las estrategias de resolución surjan de manera espontánea. Pero no se aprende a resolver problemas por el hecho de haber aprendido determinados conceptos o estrategias, la mejor forma de resolver problemas de una manera eficaz es resolver muchos problemas.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- ⌘ Boyer, C. (1994). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- ⌘ K, Ribnikov. *Historia de las Matemáticas*. Ed. Mir.
- ⌘ Bescós-Pena. *Matemáticas 1º Ciencias de la N.S.T.* Ed. Oxford.
- ⌘ Bescós-Pena. *Matemáticas 2º Ciencias de la N.S.T.* Ed. Oxford.
- ⌘ Mason, J. y otros. *Pensar matemáticamente*.
- ⌘ Bosch, A. y Frías, A. *La resolución de problemas en Matemáticas desde las necesidades de la sociedad postmoderna*. Revista Epsilon de la S.A.E.M "Thales". (1999). N° 45.

Autoría

- Nombre y Apellidos: María del Carmen García Jiménez
- Centro, localidad, provincia: I.E.S Santa Engracia, Linares, Jaén
- E-mail: carmenj26@hotmail.com