



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

“EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS COMO TRANSFERENCIA A LA VIDA SOCIAL DEL ALUMNO”

AUTORÍA ESTEBAN FUENTES JUSTICIA
TEMÁTICA PSICOPEDAGOGÍA - MATEMÁTICAS
ETAPA EDUCACIÓN PRIMARIA

Resumen

El área de Matemáticas es, en la práctica, junto con el área de lengua, uno de los ejes claves de todo currículo oficial tanto en primaria como en Secundaria. La Orientación que la Reforma Educativa otorga a la didáctica de las matemáticas una enseñanza de conceptos matemáticos ligados a los objetos y situaciones concretas de la vida del alumno, a su desarrollo cognitivo y a su utilización en la vida social.

Palabras clave

Aprendizaje de las matemáticas, razonamiento matemático, desarrollo lógico – matemático, discalculia.

1.- INTRODUCCIÓN.

La importancia de la matemática radica fundamentalmente en la contribución del razonamiento matemático en el desarrollo cognitivo del alumno y en la transferencia y utilidad de nociones matemáticas y de cálculo en la vida social normal del alumno y en su vida posterior de adulto.

El origen de los problemas que ha planteado la enseñanza de las matemáticas se refleja en las palabras de Richard Courant y Robbins (1979) en el prefacio de la primera edición de *¿Qué es la matemática?: "Durante más de dos mil años, una cierta familiaridad con las matemáticas ha sido*



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

considerada como una parte indispensable del equipamiento intelectual de cualquier persona educada. Hoy el lugar tradicional de las matemáticas en la educación está en grave peligro. Desafortunadamente, los representantes profesionales de las matemáticas comparten esa responsabilidad. En algunos casos la enseñanza de esta materia ha degenerado hasta convertirse en un vacío entrenamiento en la resolución de problemas, que puede desarrollar una habilidad formal, pero que no conduce a una comprensión real ni a una mayor independencia intelectual”.

El conocimiento de la evolución psicológica de la inteligencia del niño y los intereses del mismo deben ser los ejes en torno a los cuales debemos movernos para elegir o seleccionar el método y el modo más apropiado para su desarrollo intelectual, y el respeto de sus intereses.

No podemos presentar las matemáticas como un conjunto de axiomas, reglas, definiciones y teoremas perfectamente articulado, sino que tenemos que dar vida a los conceptos y a las ideas mostrando el porqué de su necesidad, implicando al alumno en la elaboración de los mismos y mostrando la utilidad y potencia de los métodos empleados. Por ello, es importante conocer los elementos fundamentales que intervienen en la construcción activa del conocimiento de las matemáticas y saber distinguir entre factores madurativos implicados en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

2.- DESARROLLO Y EVOLUCIÓN DEL CONOCIMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO.

Los factores que inciden en los aprendizajes escolares son múltiples: percepción visual y auditiva, vocabulario, capacidad de abstracción... Por lo que se refiere a las matemáticas, su aprendizaje exige una serie de memorizaciones, de mecanismos operativos y automatizaciones sin las cuales es muy difícil que el alumno se enfrente al programa con plenas garantías de éxito.

El desarrollo lógico-matemático está determinado por:

- .1 La adquisición de las nociones de conservación y reversibilidad, a partir de las cuales se desarrolla la **noCIÓN de número**.
- .2 La adquisición de los conceptos de espacio y tiempo, sobre los que se construye el edificio de las matemáticas.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

- .3 El desarrollo del lenguaje en general, y especialmente del lenguaje de símbolos y signos que es necesario para operar.
- .4 El desarrollo de las funciones de atención y memoria.

La construcción del conocimiento matemático se realiza progresivamente y es fundamental presentar al niño ideas absolutamente correctas de un concepto, con el fin de evitar errores o visiones parciales del mismo.

La noción de número es alcanzada por el niño de forma gradual en función del desarrollo cognitivo y en relación con las nociones de cantidad, constancia y reversibilidad, las cuáles se adquieren a través de la acción al igual que cualquier otro conocimiento. El que un niño repita series de números o diga los años que tiene no significa en absoluto que posea la noción de número.

Desde muy pequeños los niños van formando sus esquemas perceptivos y motores a través de la manipulación de objetos. Además de la manipulación individual de los objetos aprenden a distinguirlos y a relacionarlos unos con otros.

A medida que aumenta su maduración neuropsíquica, el niño va estableciendo una serie de relaciones entre él y el mundo exterior, entre los objetos, etc. que le van a proporcionar nuevos conocimientos.

Posteriormente los niños aprenderán a agrupar los objetos, primero lo harán de forma espontánea y después siguiendo algún criterio.

De esta actividad pasarán a la clasificación de las agrupaciones uniendo los objetos que pertenecen o no a una clase.

Al seguir manipulando y formando nuevas relaciones entre los objetos, surgirán las relaciones de equivalencia, mayor que y menor que. Y por lo tanto llegan a aplicar las relaciones de orden y de seriación de los elementos según una serie de criterios o de normas dadas.

A partir de estas actividades el niño va adquiriendo el concepto de continuidad, y podrá utilizar las nociones de mucho, poco o alguno.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

Un concepto importante que habrá de adquirir es el concepto de conservación, ya que este término le permite llegar a la conclusión de que una cantidad no cambia aunque cambie su forma o disposición.

A través del cambio de lugar y de posición de los objetos y de la invariabilidad de estos con dichos cambios, el niño poco a poco va a ir adquiriendo la noción de conservación. Asimismo, a través de la actividad y con sus desplazamientos hacia un lugar determinado y vuelta al punto de partida del objeto, va estableciendo los rudimentos de la noción de reversibilidad y movilidad. Estas conductas indicadas anteriormente de localización y búsqueda de un objeto constituyen la base inicial sobre la que va a desarrollar el pensamiento lógico-matemático.

Por otro lado, la manipulación de objetos (agrupaciones, seriaciones, etc.) hasta aproximadamente los dos años, va a dar lugar a una actividad preoperatoria. A partir de esta edad y hasta los siete años, toda esa actividad se va a convertir en pensamiento operatorio. Opera con los objetos, clasificándolos según su color, forma, tamaño, etc.; percibe cualidades que le permiten establecer diferencias, etc. De esta manera se va estableciendo relaciones de equivalencia de color, de forma, tamaño y de cantidad.

Hacia los siete u ocho años el niño sabe que una cantidad no varía, cualquiera que sean las modificaciones que se introduzcan en su configuración total (noción de conservación). Del mismo modo comprende que un grupo determinado de objetos son los mismos ya estén todos juntos, ya repartidos en pequeños subgrupos, es decir, no es el espacio que ocupan lo que determina su cantidad.

Asimismo, comprueba que las manipulaciones que hace con ellos puede hacerlas también en sentido inverso (noción de reversibilidad). Las anteriores son precisamente las propiedades que caracterizan al número:

1. Estar compuesto de unidades.
2. Cualquier operación que se haga con él puede invertirse.

Por lo tanto, cuando un alumno ha adquirido estas nociones, su pensamiento se estructura de forma que no necesita producir los movimientos para comprenderlos sino que le permite captar relaciones entre los mismos a través de una representación mental de las acciones.

Indicar también que la adquisición de la conservación de cantidad a la que anteriormente se ha hecho referencia, se adquiere hacia los 7 u 8 años, sin embargo, la adquisición de la noción de conservación del peso y del volumen no se va a producir hasta los 9-10 años y 11-12 respectivamente, y todo ello a través de numerosas y variadas experiencias.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

Al igual que las nociones de conservación y reversibilidad, la adquisición de los conceptos de espacio y tiempo son básicos para la comprensión de las matemáticas.

La noción de espacio y la organización espacial se va adquiriendo a lo largo del desarrollo psicomotor del niño, descubriendo las nociones de arriba-abajo; dentro-fuera; delante-detrás, etc. Con las nociones espaciales van asociadas las temporales; la construcción del concepto de tiempo es un proceso lento y gradual que el niño forma a partir de su propia secuencia temporal.

El conocimiento del espacio tiene su origen en el propio cuerpo, ya que este es el único punto de referencia que en un principio tiene el niño. Hasta los 6 años no se forma una concepción de sí mismo como objeto distinto de los demás.

Antes de los 7 u 8 años el niño no capta que una forma o una línea permanecen iguales aunque cambie su posición en el espacio. Es a partir de los 7 años cuando, al igual que va adquiriendo la noción de constancia de cantidad, adquiere la de constancia de las formas espaciales independientemente de su posición.

La concepción del tiempo es aún más compleja que el del espacio y ello en gran medida por la subjetividad con que se valora así mismo. Al principio el niño tiene sólo ciertas impresiones relacionadas con las situaciones vitales importantes, como la de alimentación. Hacia los 4 años, los niños pueden distinguir ya la mañana de la tarde, en función de las actividades que realiza durante una y otra. A los 6 años comprende ya lo que significa tener un número determinado de años y que debe añadir uno más cada año que pasa, aunque no tiene todavía una idea clara de la duración de este período de tiempo. Los momentos en que está dividida su vida (ejemplo: comer, dormir, levantarse, etc.) le marcan un ritmo que le proporciona las pautas necesarias para medir el tiempo.

A los 7 u 8 años puede aprender los días de la semana y los meses del año. Hasta los 9 ó 10 años no sabe explicar el significado de cada una de las manecillas del reloj.

Según Piaget, es en el subperíodo de las operaciones concretas (7-12 años) cuando se inicia el pensamiento lógico-matemático, estando el niño preparado para entender el primer elemento de aprendizaje del cálculo que es el **número**.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

El siguiente elemento en el aprendizaje del cálculo es la **operación**, proceso mediante el cual se realiza simbólicamente manipulaciones difíciles de realizar las operaciones, el niño aprecia la función simbólica, la percepción del tiempo, la orientación espacial, además de ser consciente de la reversibilidad de la misma.

El siguiente paso en este aprendizaje es la **resolución de problemas**, esto conlleva la comprensión del enunciado, para lo cual se necesita una destreza en la lectura y una adecuada comprensión verbal, también se necesita establecer relaciones lógicas necesarias en el orden adecuado, es decir, poner en práctica las habilidades de memoria y atención así como una adecuada estructuración temporal.

De las investigaciones de Vygotsky (1985) se desprende que los procesos cognitivos superiores dependen en gran medida del lenguaje como medio de interacción social. En primer lugar el niño domina el lenguaje usual (oral) y posteriormente accede a l otro lenguaje más específico y más simbólico que es el propio de las matemáticas; previamente a éste se desarrolla incluso el lenguaje escrito. Por tanto, se aprende antes el lenguaje escrito que el matemático y ello porque el primero tiene una equivalencia más directa con el lenguaje hablado. El niño dice series de números, nombra los días de la semana y utiliza términos referentes a nociones lógico-matemáticas antes de elaborar intelectualmente estas nociones. El lenguaje se constituye así en un instrumento al servicio del pensamiento.

Por lo tanto, al diseñar una determinada situación de aprendizaje, hay que tener en cuenta los mecanismos que rigen estas funciones cognitivas básicas, la atención y la memoria.

Así, conociendo las etapas del desarrollo de las estructuras mentales del niño y las formas de aprendizaje, quede solamente adecuar el aprendizaje de las matemáticas a los momentos evolutivos del niño, teniendo en cuenta el tipo de estructuras que posee y está desarrollando en el momento concreto del aprendizaje.

3.- NUEVAS PERSPECTIVAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

La investigación reciente ha comenzado a renovar la enseñanza de las matemáticas en el marco constructivista de una nueva perspectiva cognitiva y social. Los nuevos objetivos acentúan la necesidad de ayudar a los ayudar a los estudiantes para que comprendan el sentido de las matemáticas, que sean capaces de interpretar datos y usar las matemáticas en la vida diaria. Las matemáticas se conciben como una materia que desarrolla ideas y procesos mentales, no como un aprendizaje de hechos y



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

datos. Con esta nueva concepción cognitiva del aprendizaje de las matemáticas, se estimula a los alumnos a formular hipótesis, explorar modelos y buscar soluciones, y no tanto para practicar con ejercicios repetitivos y memorizar procedimientos y fórmulas.

El conocimiento que fundamenta esta nueva concepción de las matemáticas se encuentra en expansión, y tanto los investigadores como los profesores usan la teoría y los métodos de la ciencia cognitiva para estudiar el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. El cuerpo creciente de investigación cognitiva en matemáticas, aunque presenta características específicas, se construye sobre el modelo básico de conocimiento.

Una característica importante de la solución de problemas en cualquier materia consiste en adquirir un conocimiento especializado y organizado. El caso de las matemáticas no es diferente. Los alumnos deben adquirir un cuerpo de conocimientos declarativos y procedimentales en matemáticas que le dan consistencia a un conjunto de estrategias de solución de problemas. Necesitan también adquirir actitudes y creencias positivas de sí mismos y de su conocimiento matemático, y una serie de habilidades auto-reguladores (estrategias metacognitivas) que le ayuden a utilizar su conocimiento de un modo flexible y adaptado. Para hacer uso correctamente de la solución de problemas matemáticos, los estudiantes necesitan generalizar su conocimiento declarativo y procedimental a otras materias escolares y aplicarlo más allá de la escuela.

Estas expectativas requieren una comprensión conceptual de las matemáticas que tenga la flexibilidad suficiente para permitir a los estudiantes que analicen los problemas informales que ocurren más allá de los límites de las tareas convencionales presentadas en los currículos de matemáticas. Además de la comprensión de los conceptos matemáticos, los estudiantes deben adquirir un conjunto de procedimientos propios de las operaciones matemáticas. La evidencia obtenida en los estudios con las operaciones elementales de sumar y restar sugiere que siendo aparentemente simples los procedimientos que demandan estas operaciones, sin embargo, son bastante complejos y se basan en la comprensión de conceptos más de lo que muchos profesores y otros adultos se creen.

La investigación cognitiva sobre la enseñanza enfatiza el valor de los enfoques basados en el desarrollo de la comprensión para aprender. En contra de la opinión de muchos de que la aritmética es una habilidad repetitiva y mecánica y que el álgebra tiene un carácter más conceptual, es mejor concebirla (suma, resta y álgebra) como procesos de solución de problemas.

Ha sido bastante la investigación cognitiva realizada para poder comprender los procesos mentales que realizan los estudiantes cuando resuelven problemas de matemáticas. Así, por ejemplo autores como Riley y Greeno (1983) citado por Vicente Bermejo en 1987 en *"Papeles del Psicólogo"* propusieron



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

considerar los problemas matemáticos como si fueran esquemas, proporcionado así un vehículo importante para la comprensión. Así, para ilustrar el concepto de suma podemos entenderlo como la representación de dos o más conjuntos (partes) matemáticamente combinadas para formar un todo (resultado). Además de un esquema de conjunto, la suma también requiere un cambio de esquema que demuestra cómo pueden combinarse las partes.

En general, las operaciones matemáticas no son del todo mecánicas, sino que requieren la adquisición de una red de representaciones mentales. La comprensión crece cuando la red se amplía y se reorganiza mejor. El tipo de operaciones que globalmente llamamos matemáticas se construye sobre la base de la comprensión de estas redes de representación.

Para que el conocimiento matemático sea funcional, las redes de esquemas deben vincularse con un conjunto de procedimientos. Los procedimientos, usualmente llamados algoritmos, orientan las acciones necesarias para resolver los problemas. Los algoritmos son los procedimientos (reglas) que se aplican a un tipo particular de problemas y que, si realizan correctamente, nos garantizan una respuesta correcta. Los algoritmos son importantes en matemáticas, pero a veces los profesores y los estudiantes confunden las habilidades algorítmicas con la resolución del problema en sí mismo. Aplicar un algoritmo no es resolver un problema. Si los estudiantes se inician en el uso de los algoritmos de una manera repetitiva, considerando superficialmente los problemas, los resultados pueden ser bastante pobres. Permitir a los estudiantes crearse sus propios algoritmos les ayuda a vincular el conocimiento conceptual (declarativo) con los procedimientos que ellos mismos seleccionan. Además, si los estudiantes tratan de aplicar diversos algoritmos, las consecuencias de éxito o fracaso de utilizar procedimientos seguros provocan frecuentemente cambios en la estructura del conocimiento conceptual.

Cuando los estudiantes adquieren una base amplia de conocimiento declarativo y procedimental en matemáticas, y al mismo tiempo, son capaces de relacionar ambos tipos de elementos (conceptuales y procedimentales), son más eficaces y flexibles resolviendo problemas.

Los profesores de matemáticas distinguen entre aspectos computacionales, centrados en el aprendizaje de reglas tales como los algoritmos para sumar o dividir, y los aspectos conceptuales, implicados en la comprensión y solución de los problemas. La creencia general era que las habilidades básicas de cálculo son la base y el requisito para construir luego los aspectos conceptuales de la comprensión. Un resultado de este supuesto era que la instrucción inicial en matemáticas tradicionalmente se orientaba al desarrollo de destrezas basadas en el conocimiento de ciertos hechos aritméticos y en el aprendizaje de procedimientos de cálculo. Sólo después de adquirir estos fundamentos los estudiantes estaban capacitados para aprender otros conocimientos que ponían el énfasis gradualmente en los contenidos conceptuales y en los métodos de indagación matemática. Con



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

el dominio de estas capacidades básicas los estudiantes se preparan para aprender y comprender el contenido de temas relacionados con el álgebra, la probabilidad y el cálculo.

Este enfoque tradicional de primero las habilidades y luego los conceptos perdura en muchas escuelas de primaria. La aritmética continúa siendo enseñada como una práctica machacona y repetitiva.

En consecuencia, se valora más como competencia en aritmética la precisión y la rapidez en ejecución. Sin embargo, cada vez son más los educadores e investigadores que argumentan que la base fundamental de las matemáticas es más conceptual que procedimental, así el conocimiento de los niños sobre la suma y la resta, lejos de ser un algoritmo, es una sucesión creciente cada vez más compleja y abstracta de estructuras conceptuales eficientes que inventan los niños.

Por todo ello, es conveniente adoptar la perspectiva de que toda la matemática, y muy especialmente la de los cursos donde los niños adquieren los primeros conocimientos sobre la aritmética, debería ser considerada como una actividad de resolución de problemas y no como una actividad meramente mecánica y repetitiva.

4.- DIFICULTADES Y PROBLEMAS EN LOS ASPECTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS.

De los trabajos realizados por distintos investigadores pertenecientes a distintas especialidades parece desprenderse la existencia de un síndrome de

Discalculia evolutiva, motivado por factores de tipo cognoscitivo, sensorial, motórico, afectivo, etc.

Podemos definir la Discalculia como la incapacidad para realizar operaciones de aritmética. No consisten solamente en olvidar algunos números o reglas.

Giordano (1980) define la Discalculia como aquella dificultad específica en el proceso de aprendizaje del cálculo, que se observa entre los alumnos de inteligencia normal, no repetidores de grado y que concurren normalmente en la escuela primaria pero que realizan deficientemente una o más operaciones matemáticas.

Hecaen (1986) hace referencia a tres tipos de discalculias:

C/ Recogidas Nº 45 - 6ºA 18005 Granada csifrevistad@gmail.com



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

- Dificultad para el aprendizaje de los signos numéricos que suele presentarse unida a problemas de lenguaje oral y escrito (**alexia y agrafía de cifras**).
- Dificultad para adquirir los automatismos necesarios para realizar las operaciones aritméticas (**anaritmia**) que también acompaña a alteraciones del lenguaje.
- Dificultad para ordenar los números de acuerdo con una estructura espacial, conservando el principio del cálculo (**discalculia espacial**).

Fernández y otros (1985) distinguen la existencia de una discalculia primaria en sujetos con lesión cerebral y una discalculia secundaria como manifestación de otro trastorno general.

La discalculia afecta a la interpretación y utilización de los símbolos numéricos, a las nociones de cantidad, a las nociones que subyacen bajo el número y a la automatización de las operaciones.

Luceño (1986) distingue dos grandes grupos de alumnos que presentan trastornos de aprendizaje del cálculo:

- **Trastornos asociados a problemas afectivos y de personalidad;** Alumnos que presentan una inhibición manifiesta bien por un bloqueo verbal o en bloqueo ejecutivo consecuencia de una enseñanza prematura y mal aceptada y una excesiva presión familiar y/o escolar.
- **Trastornos asociados a disarmonía en la evolución de la actividad cognoscitiva;** se diferencian dos formas:
 - Trastornos de la orientación espacial (dispraxia).
 - Trastornos de la orientación temporal.

- **Alumnos dispedagógicos o producto de errores pedagógicos.**

Este mismo autor describe los siguientes síntomas típicos:

- **En la adquisición de las nociones de cantidad y número:**



ISSN 1988-6047

DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

- El sujeto no establece una asociación número-objeto, aunque cuente mecánicamente.
 - No entiende que un sistema de numeración está compuesto por grupos iguales de unidades, y que cada uno de estos grupos forma una unidad de orden superior.
 - No comprende el significado del lugar que ocupa cada cifra dentro de una cantidad. A medida que las cantidades son mayores, y si tiene ceros intercalados la dificultad aumenta.
- **En la transcripción gráfica:**
 - No memoriza el grafismo de cada número, y por lo tanto le cuesta reproducirlo.
 - Los hace en espejo, de derecha a izquierda, y con la forma invertida.
 - Confunde los dígitos cuyo grafismo es de algún modo simétrico, como el 6 y el 9.
 - Le cuesta hacer seriaciones, dentro de un espacio determinado y siguiendo la dirección lineal izquierda-derecha.
 - **En las operaciones matemáticas:**

Suma:

- Comprende la noción y el mecanismo, pero le cuesta automatizarlo. No llega a sumar mentalmente, ya que necesita una ayuda material para efectuarla.
- Mala colocación de las cantidades para efectuar la operación.
- Incomprensión del concepto de llevar.



ISSN 1988-6047

DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

- Empezar las operaciones por la izquierda, etc.

Resta:

- Exige un proceso mucho más complejo que la suma, ya que además de la noción de conservación, el niño debe tener asimilada la de reversibilidad.
- Restan sistemáticamente la cifra menor de la mayor, sin tener en cuenta si está arriba o abajo.
- Cuando tiene que llevar, no saben dónde deben añadir lo que llevan, sí al minuendo o al sustraendo.
- Colocan mal las cantidades.
- Empiezan a efectuar la operación por la izquierda.
- Confunden los signos, haciendo una por otra (resta por suma) o mezclando las dos en una sola.
- El cero en el minuendo cuenta como nada.

Multiplicación:

- No entraña tantas dificultades como la resta por ser, al igual que la suma, una operación directa.
- En la multiplicación, los principales obstáculos son la memorización de las tablas y el cálculo mental.

División:

- En ella se combinan las tres operaciones anteriores.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 23 – OCTUBRE DE 2009

- En el dividendo no sabe si empezar a contar cifras por la derecha o por la izquierda.
- En el divisor le cuesta trabajar con más de una cifra.
- No coloca ceros en el cociente, etc.

Entre los principales problemas o dificultades que pueden ocasionar fallos en el aprendizaje de los aspectos matemáticos básicos, podemos considerar los siguientes:

- **Retraso o dificultades en el dominio de las operaciones mentales implicadas en el proceso matemático:**
 - Clasificación.
 - Seriación.
 - Inclusión.
 - Ordenación y secuencia.
 - Correspondencia término a término.
 - Equivalencia.
 - Conservación.
 - Percepción y orientación temporal.
 - Reversibilidad.
- **Desconocimientos de conceptos básicos necesarios para la comprensión del lenguaje matemático**, conceptos referidos a cantidad, espacio, tamaño, orden....
- **Problemas de asociación número–cantidad:** muchos alumnos aprenden a contar de forma mecánica, pero acaban de dominar la asociación de número-cantidad y viceversa.

Si a este problema de asociar número-cantidad unimos la confusión de números, las dificultades de lectura y escritura de cantidades, etc. nos encontramos con serios problemas para avanzar en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en general y de la operatoria en particular.

4.1 DIFICULTADES Y PROBLEMAS EN LAS OPERACIONES ELEMENTALES DE CÁLCULO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

Las cuatros operaciones básicas constituyen uno de los principales problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Son bastantes y variadas las dificultades que los niños manifiestan a la hora de enfrentarse a la resolución de alguna de estas operaciones. Al respecto habría que distinguir dos cuestiones fundamentales:

- Las dificultades originadas por una incomprensión de lo que son las operaciones por lo que se ven imposibilitados de aplicarlas a la resolución de problemas:
 - Automatismo en cuanto a composición y descomposición de números inferiores a 10.
 - Comprensión a través de actividades manipulativas, lo que significa que cada una de las operaciones: unir, faltar, repartir, separar. Etc.
- Las dificultades a la hora de ejecutar la mecánica de las operaciones, el niño deberá aprender una serie de reglas tanto más difíciles cuanto menos interiorizadas tenga las nociones anteriores:
 - La estructura espacial de cada operación.
 - Los automatismos para llegar al resultado, lo que implica contar con el esfuerzo de atención y memoria.

Dificultades más frecuentes en las operaciones matemáticas:

Con números naturales:

Suma:

- Contar para hallar la suma.
- Olvidarse de contar el número que se lleva.
- Equivocar el número que se lleva.
- Escribir el número que se lleva.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

Resta:

- Contar para hallar la resta.
- Errores debidos a ceros en el minuendo.
- Nombrar los términos al revés.
- Restar el minuendo al sustraendo.

Multiplicación:

- Multiplicar mediante sumas.
- Olvidarse de agregar el número que se lleva.
- Repetir las tablas hasta llegar al número que se ha multiplicado.
- Errores debidos al cero en el multiplicando o en el multiplicador.
- Errores en la suma después de haber multiplicado bien.

División:

- Errores en la resta o multiplicación.
- Hallar un resto superior al divisor.
- Olvidar el resto al seguir dividiendo.
- Hallar el cociente por sucesivas multiplicaciones.

Conquebrados:

Los alumnos suelen fallar por la falta de comprensión del proceso y por cometer errores en la simplificación de los términos. Los errores de cálculo son muy corrientes, sobre todo en la multiplicación y la división de quebrados.

Con decimales:

Las faltas más generalizadas son la colocación incorrecta en el producto y en el cociente y los errores derivados del uso de los ceros. Estos errores suponen una falta de comprensión del significado de los decimales y de las relaciones implicadas en las operaciones.

Resolución de problemas:



ISSN 1988-6047

DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 23 – OCTUBRE DE 2009

- Dificultades en la lectura del enunciado del problema debido a una falta de comprensión lectora en general.
- Desconocimiento del vocabulario o conceptos básicos que se encuentran en el enunciado del problema tales como repartir, entre, par, doble, etc. y que son conceptos imprescindibles para seleccionar la realización de una u otra operación.
- Fallos en la ordenación de las partes del problema y en el proceso a seguir.
- Razonamiento de las operaciones que se deben realizar.
- No darse cuenta de la falta de coherencia del resultado obtenido.

5.- INTERVENCIÓN EDUCATIVA.

Al enseñar las matemáticas se debe llenar de significado todo lo que aprenden los alumnos, por eso es importante partir de una enseñanza significativa, es decir, partiendo de conocimientos previos de los alumnos, viendo a los alumnos como sujetos activos y enseñándoles todos los conceptos matemáticos con ejemplos de la realidad para que no vean las matemáticas como una enseñanza abstracta desvinculada del mundo en el que viven.

Los profesores cuentan con una gran gama de recursos y actividades posibles para facilitar el aprendizaje eficaz y significativo de las matemáticas incluyendo actividades para los alumnos que necesiten cualquier tipo de apoyo.

El enfoque cognitivo del aprendizaje de las matemáticas implica una atención especial a las actividades de enseñanza, y en especial, a la promoción del conocimiento basado en la comprensión. Así se proponen diferentes sugerencias:

- Toda la matemática debería enseñarse desde una perspectiva basada en la comprensión de los problemas que se han de resolver. Los estudiantes de matemáticas necesitan construir su conocimiento sobre las matemáticas, esto les permite utilizar el conocimiento matemático para resolver problemas que son interesantes y significativos para ellos.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

- La enseñanza de las matemáticas se debe centrar en los procesos, en las estructuras cognitivas (los conceptos), en la toma de decisiones y no en las respuestas.
- Construir conocimiento informal en los estudiantes. En matemáticas no se debe abordar de forma inmediata los conceptos y procedimientos matemáticos, sino a partir del dominio de contextos y situaciones que le dan significado.
- Los profesores necesitan invertir tiempo modelando verbalmente la conducta que se precise para resolver un problema matemático.
- Ayudar a que los estudiantes verbalicen y, si es posible, visualicen los procesos que ponen en juego cuando intentan solucionar un problema.
- Utilizar los errores de los estudiantes como fuente de información para incrementar la comprensión.
- Proporcionar una variedad suficiente de tipos de problemas.
- Los profesores necesitan un nivel apropiado de habilidad para las matemáticas.

6.- CONCLUSIONES.

Desde la perspectiva cognitiva tenemos un conjunto de estudios e investigaciones sobre las operaciones aritméticas, tales como contar, sumar y restar, que han demostrado que el éxito en la aritmética parece depender de la adquisición de un cuerpo cada vez más organizado de conocimiento declarativo.

Los algoritmos para resolver problemas necesitan vincularse estrechamente con este conocimiento declarativo, además de que los estudiantes necesitan disponer de estrategias metacognitivas para saber cuándo y cómo aplicar su conocimiento matemático.

Después de examinar cómo resuelven los estudiantes los problemas algebraicos se concluye que buena parte de las dificultades observadas tienen su origen en el fracaso de los estudiantes para



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 23 – OCTUBRE DE 2009

aprender estrategias potentes y flexibles basadas en un conocimiento declarativo del contexto, de las situaciones de aplicación, de las variables, etc.

Se ha observado que la enseñanza tradicional de las matemáticas (centrada en la adquisición de contenidos más que en la resolución de problemas) es más productiva en la escuela primaria si los niños trabajan en la resolución de problemas, y menos productiva en los niveles intermedios y en educación secundaria. Pero, parece cierto que, la enseñanza centrada en el desarrollo de la comprensión matemática y la resolución de problemas es más eficaz que los métodos que enfatizan el desarrollo de habilidades de cálculo y en el aprendizaje repetitivo de hechos matemáticos.

7.- BIBLIOGRAFÍA.

- Courant, R. y Robbins, S. (1979). *¿Qué es la matemática?*. Madrid: Editorial Aguilar.
- Fernández, M. F. et al (1985): *Niños con dificultades para las matemáticas*. Madrid. Editorial Cepe.
- Giordano, L. (1980). *Los fundamentos de la dislexia escolar*. Buenos Aires: Ateneo.
- Hecaen H. et al (1962). Les varietes cliniques des acalculies au cours des lesions retrorrolandiques: approche statistique du problème. *Rev Neurol* (París); 105: 85-103.
- Luceño, J.L. (1986): "El número y las operaciones básicas: su psicodidáctica". Alcoy. *Serie Pedagógica* nº 6. Editorial Marfil.
- Piaget, J. et al (1978): *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Alianza. Editorial Madrid.
- Riviére, A. (1990): "Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva". Capítulo 9 de *Desarrollo Psicológico y Educación*. Volumen IV. Editorial Alianza.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 23 – OCTUBRE DE 2009

- Valls, X. y Biblióni, L. (2000): La enseñanza de las matemáticas desde el 2000. *Cuadernos de Pedagogía* nº 288. Febrero 2000.
- Vermejo, V. (1987). *El aprendizaje de las matemáticas*. Estado actual de las investigaciones. En Papeles del psicólogo.
- Vygotsky, L. (1985). *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires: Ed. Pléyade.