



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 – NOVIEMBRE DE 2009

“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS EN EL AULA”

AUTORÍA LAURA MIRÓN PÉREZ
TEMÁTICA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS
ETAPA ESO Y BACHILLERATO

Resumen

La resolución de problemas en matemáticas es un tema muy tratado en conferencias, congresos, publicaciones, proyectos y centros de investigación. Los matemáticos y la comunidad de educadores matemáticos señala que el poder de las matemáticas recae en la habilidad de explorar, razonar lógicamente y en la habilidad de utilizar una gran variedad de métodos efectivos para resolver problemas.

Palabras clave

Problema, heurístico, resolver, identificar, solución.

1. DEFINICIONES DE PROBLEMA.

A partir de la década de los ochenta, se puso un especial interés al considerar la resolución de problemas como una herramienta eficaz para fomentar la creatividad de los estudiantes. Veamos algunas definiciones de esta palabra:

- **Shoenfeld (1985):**

Las tareas no son problemas por si mismas, sino que dependen de lo que se sepa y del modo en el que se comprenda. Los problemas presuponen el compromiso de resolverlos, el sujeto se implica en ellos.

- **Brown (1985):**

Un problema es una cierta meta que uno intenta conseguir. No se conoce el procedimiento necesario para ello, en el momento en el que se plantea el problema.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 24 – NOVIEMBRE DE 2009

- **Kantowski (1980):**

Un problema es una situación de un ejercicio en el que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que conduzca con una certeza a la solución.

- **Butts (1980):**

Hace una diferencia más exhaustiva proponiendo categorías:

1. Ejercicios de razonamiento: Implica solamente una búsqueda en la memoria del resultado.

Actividad: El profesor propone el ejercicio y acepta que los alumnos/as den una solución sin justificar:

a) $36 : 9 =$

b) $36 : (-6) =$

c) $18 : 1 =$

2. Ejercicios algorítmicos: Exige ejecutar un algoritmo de forma automática.

Actividad: Este ejercicio fue propuesto después de explicar los números primos por la Criba de Eratóstenes.

Hallar los números primos positivos menores que 100.

3. Problemas de aplicación: En ellos se conoce un procedimiento para resolverlo.

Actividad: Una vez dado el concepto de máximo común divisor deben de justificar la manera de resolver:

Tengo dos cintas de 18cm y 12cm. y quiero cortarlas en partes iguales de la mayor longitud posible. ¿Qué longitud tendrá cada cinta y cuántas cintas tendré?

4. Problemas de búsqueda: Son situaciones donde se ha de crear el procedimiento de solución.

Actividad: Fue propuesto anteriormente al desarrollo del concepto de máximo común divisor. Se reparte primero el material y luego se dicta el enunciado.

Agrupar las fichas de la siguiente forma:

a) *Colocar el mayor número de fichas en cada grupo.*

b) *Cada grupo debe tener fichas de la misma forma.*

c) *Cada grupo debe contener la misma cantidad de fichas.*

¿Cuántas fichas debe colocar en cada grupo?

5. Situaciones problemáticas: Son aquellas en cuyo enunciado no se precisa qué es lo que se debe realizar y llegar a precisarlo es lo primero. No se da ningún ejemplo por lo que a continuación se explicará como conclusión las investigaciones.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 24 – NOVIEMBRE DE 2009

2. ENFOQUES DESDE LA PSICOLOGÍA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

En 1888, Dewey, psicólogo y pedagogo funcionalista, presentó un modelo para resolver problemas, con los siguientes 6 pasos:

1. Identificación de la situación problemática.
2. Definición precisa del problema.
3. Análisis medios-fines. Plan de solución.
4. Ejecución del plan.
5. Asunción de las consecuencias.
6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

En 1926, Wallas presenta un modelo para la resolver problemas con 4 fases:

1. Preparación: recoger información e intentos preliminares de solución.
2. Incubación: dejar el problema de lado para realizar otras actividades.
3. Iluminación: aparece la clave para la solución.
4. Verificación: se comprueba la solución para estar seguro de que funciona.

En 1979, Kulm clasifica las variables que influyen en el proceso de resolución de un problema:

1. Variables sintácticas, que describen la estructura gramatical y la complejidad del enunciado.
2. Variables de contenido y de contexto, que engloban todos los aspectos semánticos tanto matemáticos como no matemáticos.
3. Variables de estructura, que describen las características de la representación formal del problema y los procesos algorítmicos.
4. Variables de la conducta heurística, que influyen los procesos heurísticos que son aplicables al problema y las consecuencias de aplicarlos.

En 1982, Marson, Burton y Stacey proponen un modelo que no pretende ser un instrumento de estudio sino una ayuda para la instrucción con tres fases: abordaje, ataque y revisión.

En 1983, Mayer analiza los conocimientos necesarios para la resolución de problemas matemáticos considerando dos estados (traducción y solución) y en cada caso una serie de conocimientos necesarios.

En 1984, Bransford y Stein crean el modelo IDEAL siendo sus fases:

- I:** Identificación de los problemas.
- D:** Definición y representación del problema.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 – NOVIEMBRE DE 2009

E: Exploración de posibles estrategias.

A: Actuación fundada en una estrategia.

L: Logros. Observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades.

3. ENFOQUES DESDE LAS MATEMÁTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Desde la antigüedad la actividad primordial de un matemático ha sido la resolución de problemas.

En el año 330, Pappus de Alejandría, en su obra “Colección Matemática”, incluye una serie de autores anteriores con el propósito de que sirviera para adiestrar en la resolución de problemas. Es el primer gran estudio de heurística.

Un milenio más tarde, René Descartes (1596-1650) propone encontrar un método universal para la resolución de problemas.

Bernardo Bolzano, en (1781-1848), dentro de sus trabajos de lógica dedicó gran atención a la heurística. Pretendía presentar algo nuevo, asentar en términos claros las reglas y los caminos de la investigación.

En 1945 con la aparición del libro titulado “How to solve it” de George Polya, supone el nacimiento de una nueva doctrina. A raíz de su publicación un creciente número de matemáticos, lógicos, pedagogos y psicólogos se han ocupado del tema, asentando con categoría de ciencia independiente lo que ha dado en llamarse heurística moderna.

Polya basa su programa en la idea de que el sujeto al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta la solución. El propósito es que cualquier persona, preferiblemente con ayuda de un tutor/a, logre asimilar las técnicas de resolución hasta convertirse en un buen resolutor de problemas. Para lograr la asimilación de esas técnicas el alumno/a debe conocer 2 cuestiones fundamentales: la primera es que en la resolución de un problema se encuentra en cuatro fases:

1. Comprender el problema.
2. Concepción de un plan.
3. Ejecución del plan.
4. Examinar la solución.

Polya da especial importancia a éste último punto que normalmente se descuida por parte de los alumnos/as y los profesores/as, ya que sin él, se pierde por completo una visión correcta del problema.

En 1985, Schoenfen entiende que el proceso de resolución no es lineal, sino que supone caminos en zig-zag y marcha hacia atrás y hacia delante, quedando limitado en cuatro fases:

1. Análisis.
2. Exploración.
3. Ejecución.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 24 – NOVIEMBRE DE 2009

4. Comprobación.

Schoenfeld indica que el método Polya es bueno pero para problemas en el mismo contexto pero presenta dificultades si el contexto cambia.

En 1985-1987 Goldin presenta un modelo de competencia en la resolución de problemas matemáticos basados en los sistemas de representación. Los sistemas de representación que utiliza son los siguientes:

1. Un sistema verbal-sintáctico.
2. Sistemas no verbales para el procesamiento de las imágenes.
3. Sistemas de representación formal.
4. Sistemas de planificación.
5. Sistemas afectivo.

Uno de los últimos estudios es el de Miguel de Guzmán en 1991 en su libro “Para pensar mejor”.

4. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL AULA.

A la hora de tratar la resolución de problemas en el aula debemos de tener en cuenta los siguientes aspectos:

4.1. Presentación del problema:

Lo ideal sería plantear problemas partiendo de la realidad de la situación que estén viviendo nuestros alumnos/as, incluso preguntándoles a ellos los datos. A partir de ahí se pueden hacer preguntas sobre ello y es probable que se generen discusiones o cambios de opiniones. Está claro que la realidad de nuestro alumnado es diferente a la realidad de los adultos y que muchos de los problemas que se proponen en los libros de texto, no los consideren útiles para sus intereses.

Los problemas pueden ser de origen del estudio de muchas propiedades. Se le puede pedir al alumnado que piense en el problema y que saque sus propias conclusiones. Estas observaciones en las que se relacionan teoría y problemas se hacen más evidentes cuando se hacen varios problemas similares.

Cuando le presentamos un problema a un alumno/a le podemos preguntar por el significado de los términos que se emplean, no sólo en sentido matemático, sino también en sentido vulgar, así como pedirles que comparen y relacionen los términos que aparecen.

4.2. Proceso seguido:

Esta lista de pautas ha sido elaborada por Miguel de Guzmán basada en las ideas de Polya:

1ª fase: Tratar de comprender el enunciado. Esta fase comprende la de leer el problema despacio, tratar de entender las palabras, distinguir los datos del problema, tratar de ver la relación entre los datos e intentar expresar el problema por sus propias palabras...



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 24 – NOVIEMBRE DE 2009

2ª fase: Intentar comprender el problema. Intentar hacer un dibujo o esquema de la situación, si las cantidades no son muy grandes se puede expresar la situación jugando con objetos y si son muy grandes imaginar el mismo problema con cantidades más pequeñas y si el problema está en forma general, intentar concretizarlo...

3ª fase: Buscar algunas estrategias para solucionar el problema. Imaginar un problema más fácil para empezar, buscar un problema semejante del que ya conoces como resolverlo, ayudarse de una representación gráfica, elegir una buena notación para pasar del lenguaje normal al lenguaje matemático, imaginar lo contrario a lo que se quiere demostrar para llegar a alguna conclusión, utilizar algunos truquillos matemáticos, tratar de ver si un caso general es más sencillo que el particular...

4ª fase: Seleccionar alguna de las estrategias y trabajar con ella. No desanimarse fácilmente, no empeñarse en seguir con una estrategia si no se llega a nada, tratar de llegar al final...

5ª fase: Reflexionar sobre el proceso seguido. Reflexionar sobre estas preguntas: ¿Cómo ha sido el camino? ¿Dónde te has atascado? ¿En qué momento y cómo has salido de los atascos? ¿Cuáles han sido los momentos de cambios de rumbo? ¿Entiendes la situación? ¿Entiendes por qué va bien la solución? ¿Tiene sentido la solución? ¿Sabes resolverlo de manera más sencilla? ¿Sabes aplicar el método empleado a casos más generales? ¿Puedes resolver otras situaciones relacionadas con el tema que sean más interesantes?...

4.3. Factores en la resolución del problema:

Un problema puede presentarse de diferentes formas, pero en todas hay que tener especial cuidado con el lenguaje. El primer problema reside en el vocabulario, pero no es éste el único. Aparecen también dificultades en la comprensión por la propia estructura del problema, ya que la redacción puede hacerse de formas distintas. Hay que tener también en cuenta que las matemáticas tienen un lenguaje propio que es necesario que nuestro alumnado conozca.

El trabajo del profesor/a ha de consistir en hacer que el alumno/a sea más investigador y descubridor que receptor de conocimiento. Hay que conseguir que el alumnado no sea totalmente receptivo y que a partir de unas ideas vaya consiguiendo otras, mejorarlas o ampliarlas.

Para asegurarnos una implicación del alumnado, se deben de dar ciertas circunstancias y ciertas características en la relación profesor/a y alumno/a. Tiene que existir una atracción entre los dos. Para esto, los alumnos/as necesitan un cierto periodo de adaptación ya que lo que se pretende es que la actitud de los niños/as ante las cuestiones que se le plantean debe ser positiva y su papel de investigador deber ser aceptado por él.

En muchos casos se cree que los alumnos/as tienen claros los conceptos que se han explicado, pero a la hora de la aplicación práctica nos damos cuenta de que no es así. Si los alumnos/as resuelven sólo los números que hay en un problema, esto no sería resolver un problema. Cuando se es capaz de resolver un problema lo que se tiene claro son los conceptos que intervienen y se sabe manejarlos de forma más abstracta.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 – NOVIEMBRE DE 2009

5. ACTIVIDADES PARA LLEVAR AL AULA. APLICACIÓN DIDÁCTICA.

- Actividad 1:

En un almacén puedes conseguir un descuento del 30%, pero al mismo tiempo, tienes que pagar unos impuestos del 10%. ¿Qué prefieres que aplicasen primero, el descuento o el impuesto?

Después de haberlo leído y entendido, lo más natural es particularizar, es decir, elegir un artículo con un determinado precio y hacer los cálculos: primero el descuento y a continuación primero el impuesto. A la hora de elegir nuestro caso particular, es muy normal empezar por un artículo que cueste 100€.

Primero el descuento: $100 - (30\% \text{ de } 100) = 100 - 30 = 70\text{€}$

$$70 + (10\% \text{ de } 70) = 70 + 7 = 77\text{€}$$

Primero el impuesto: $100 + (10\% \text{ de } 100) = 100 + 10 = 110\text{€}$

$$110 - (30\% \text{ de } 110) = 110 - 33 = 77\text{€}$$

El resultado obtenido a primera vista ¡da lo mismo!

¿Ocurrirá igual con otro precio? ¡PRUEBA!

Hemos visto un ejemplo de cómo la particularización, primero aleatoriamente y luego ingeniosamente, nos ha llevado a la generalización. Ahora solo queda reflexionar sobre el resultado.

- Actividad 2:

Se reparte a los alumnos/as de la clase en grupos de cinco y a cada grupo se le da un trozo de cuerda de unos 10 metros y unas tijeras. Se le dice a cada grupo que tiene 10 minutos para cortar un trozo de cuerda cuya longitud sea igual a la altura media del grupo.

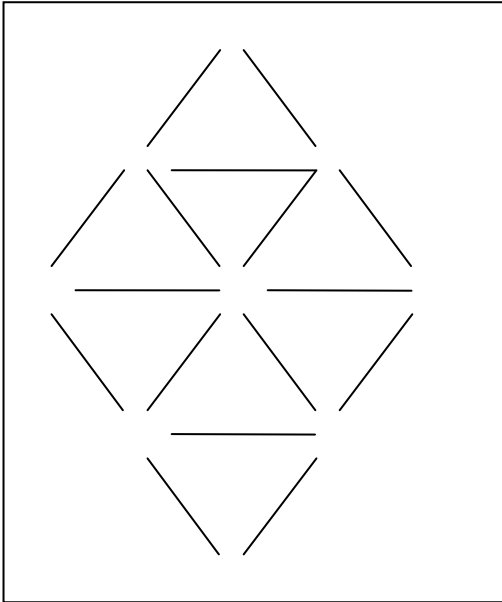
Además se les dice que una vez pasados los 10 minutos deberán explicar al resto de la clase el método que han utilizado.

- Actividad 3:

Los problemas con cerillas o monedas resultan paradigmáticos de lo decisiva que puede resultar la fase manipulativas.

Materiales: cerillas y un retroproyector.

Procedimiento: se colocan 16 cerillas sobre la pantalla del reprotector con la siguiente configuración geométrica:



Retirar cuatro cerillas de la figura de forma que queden exactamente cuatro triángulos equiláteros.

- Actividad 4:

Se les reparte a los alumnos/as agrupados en grupos de 5 ó 6 una vela, fijo, un papel tamaño folio y un cuchillo. Se les pide que envuelvan el folio a la vela y la fijen con fijo. A continuación se corta la vela con un ángulo adecuado y al desenvolver el papel si el ángulo de corte lo han calculado bien, les saldrá la gráfica de la función seno-coseno.

- Actividad 5:

Se necesita un vaso, un hilo, un lápiz y un papel. Con el vaso dibujad sobre el papel una circunferencia. Quita el vaso, localiza el centro y sobre un hilo de lana o cuerda fina, señala mediante dos puntos, la longitud del radio. Vuelve a poner el vaso, enrolla la cuerda a su alrededor y señala sobre el papel los dos puntos de la cuerda que has marcado anteriormente. Quita el vaso y traza los radios correspondientes a esos dos puntos. Obtendrás un ángulo de 57° que se llama radián.

6. CONCLUSIÓN.

Nos hemos encontrado que a la hora de resolver problemas en el aula, existe un abundante abuso de fórmulas, algoritmos y reglas mecánicas, que aunque muy útiles, pueden hacer que los alumnos y alumnas resuelvan satisfactoriamente un problema sin saber lo que están haciendo. La importancia de hacer razonamientos lógicos parece que se está perdiendo.

Muchas veces en la práctica hemos observado que el alumnado comprende mejor un problema al resolverlo con un método que con otro, y la gran variedad de diferentes vías de solución posibles.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 24 – NOVIEMBRE DE 2009

Debemos tener claro que el papel de las matemáticas en el aula es contribuir no sólo a la adquisición de conceptos matemáticos, sino también a la comprensión de su potencialidad en la resolución de problemas desarrollando la creatividad de nuestros estudiantes.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- ✓ Guzman, M. (1991). *Para pensar mejor*. Barcelona: Lábor.
- ✓ Perales, F.J. (2000). *Resolución de problemas*. Madrid: Síntesis.
- ✓ Polya, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- ✓ Wood, L.E. (1988). *Estrategias de pensamiento*. Barcelona: Lábor.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Laura Mirón Pérez
- Centro, localidad, provincia: I.E.S. "El Fuerte", Caniles, Granada
- E-mail: laura76mp@hotmail.com