



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 NOVIEMBRE 2009

“LOS NÚMEROS EN LA ALHAMBRA”

AUTORÍA TOMÁS DAVID PÁEZ GUTIÉRREZ
TEMÁTICA MATEMÁTICAS
ETAPA ESO, BACHILLERATO

Resumen

Este artículo pretende ser un recurso didáctico que nos ayude a mostrar a nuestros alumnos y alumnas el maravilloso mundo de las Matemáticas de una forma amena y entretenida, pudiendo utilizarlo para ayudarnos a dar una clase mientras recorremos la Alhambra en una actividad extraescolar. Hablaremos de números y, a imitación de los árabes, no todo lo reduciremos a caminar por la árida senda numérica, sino que dicha senda sugerirá una visión de la Alhambra y de la cultura y matemática árabe.

Palabras clave

Números

Alhambra

Matemática árabe

1. INTRODUCCIÓN

El Islam encontró en las formas matemáticas el vehículo para expresar su modo de ser y comprender el mundo. Los arábigo-parlantes han sido un pueblo paciente que miraba al cielo estrellado, para admirarlo y no sólo para contar astros y estrellas o medir ángulos y distancias entre ellas. Dejaron volar su fantasía y atendieron otras inquietudes espirituales, de las que no quisieron prescindir, desde el lenguaje suministrado por las matemáticas. Buen ejemplo de ello lo constituye la Alhambra de Granada.

A lo largo de este artículo realizaremos un paseo por la Alhambra granadina durante el cual observaremos la importancia que la cultura y la religión árabe da a los números y cómo esto se refleja en la arquitectura y decoración de la Alhambra.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 NOVIEMBRE 2009

2. EL NÚMERO UNO

El número uno es la raíz de las ciencias, el elemento de la sabiduría, el origen de las ciencias divinas, el primer elixir y la gran alquimia.

El amor por el número está directamente conectado con la esencia del mensaje islámico. La unidad, Dios es uno: “No hay más Dios que Al-lah”. Esta unidad del ser a la que se alude constantemente en el arte, se expresa de un modo doble en el universo de las formas artístico-matemáticas. Una de modo aislado: para el Islam las rosas o estrellas geométricas, también llamadas *chellas* o *chillas* florales, son símbolos de la realidad divina. Otra integrada: al estar todas ellas enlazadas por la misma cinta de la que no es posible encontrar su principio ni final.

3. EL NÚMERO DOS

Para Pitágoras el número dos era símbolo de Justicia y es posible que los musulmanes le dieran un valor como símbolo de equilibrio entre dos partes enfrentadas, pues en distintas suras del Corán encontramos:

- Los dos signos del poder, el día y la noche (XVII, 13)
- Todo libro Sagrado contiene la distinción, la luz y la advertencia, en tanto que distingue lo lícito de lo ilícito, que guía a los hombres hacia la verdad y que les anuncia penas y recompensas (XXI, 49)
- Los dos mares, uno de agua salada y amarga y otro de agua dulce y refrescante (XXV, 55)
- Los que temen la majestad de Dios tendrán dos jardines, ambos dos fuentes vivas, dos especies de frutos (LV, 46)

Además de este posible simbolismo, el número dos tenía gran importancia. Por ejemplo, dos son las veces que se puede repudiar a la mujer, dos los años que la mujer repudiada ha de amamantar a sus hijos, dos las colinas de peregrinación (Safa y Merwa) y de dos seres salieron todos los hombres y mujeres.

Incluso dicho número forma parte del nombre de una sala de la Alhambra, la de *Dos Hermanas*. Nombre que ha venido explicándose hasta ahora por las dos grandes losas de mármol que en su suelo figuran.

Por último, dos es el número de tipos de grupos que permiten clasificar rosáceas (C_n y D_n), y la Alhambra muestra abundancia de sus distintas representaciones geométricas.

4. EL NÚMERO TRES

El tres es un número venerado desde el origen de las civilizaciones. Los hindúes creían en una trinidad divina compuesta por Brahma, Vichnou y Sina que a su vez asociaban al pasado, presente y futuro. La idea de trinidad está también presente en los Persas y Egipcios que quizá construyeron sus pirámides en su honor (Osiris, Isis y Horus en la orilla del río Nilo mientras que en Tebas la componían Ammon, Mouth y Khom). La veneración por el tres pasa de la India y Egipto a Grecia. Para Pitágoras fue símbolo de las cosas perfectas; sus sucesores fueron más lejos y lo consideraron como el principio mismo de las cosas llamándole la armonía perfecta. Los romanos lo consideraban con un poder misterioso, oculto.

Los árabes no fueron una excepción, y sus creencias dividen a los hombres en tres clases: los malos, los que no son ni del todo malos ni del todo buenos y los justos. Estas divisiones nos sugieren la distribución de las alcobas que rodean el Salón de Embajadores de la Alhambra, de tres en tres (derecha, izquierda y centro), siendo en el centro donde se situaba el Rey, el Justo, y a ambos lados los demás. Este esquema se repite en la Sala de los Reyes del Palacio de los Leones.

Los nazaríes heredaron costumbres de sus antecesores los almohades. Entre ellas, el formar tres torres conocidas con los nombres de la Vela, la Quebrada y la del Homenaje.

También es conocido que a los nazaríes les gustaba plantear enigmas, por lo que solían ocultar la base de sus decoraciones y, por ende, los números que puedan derivarse de ellas. Es el caso de las “pajaritas” (diseño de algunos de los azulejos de la Alhambra), las cuales tienen como base un triángulo equilátero, cuyo baricentro es un centro de rotación de orden tres.



5. EL NÚMERO CUATRO

El cuatro es otro de los números fundamentales de la cultura árabe. Si comparamos el Islam con un edificio, diremos que el techo es el reconocimiento de la unicidad de Dios, los cuatro muros son la oración ritual, el impuesto, el ayuno anual y el peregrinaje a la casa de Dios. Todo ello queda simbolizado en la *Ka'ba* de la Meca. Originalmente, la palabra significa ser a la vez cuadrado y redondo, y su forma se presta a este doble sentido, al ser una parte cúbica y la otra semicircular. En la *Ka'ba*, símbolo supremo del Islam, encontramos a dos niveles, arquitectónico y ritual, la conjunción cuadrado círculo: por una parte, es un bloque cuadrado; expresa el número cuatro, que es el símbolo de la estabilidad. Por otra, el peregrinaje a la Meca implica los ritos de circunvalación alrededor del cuadrilátero que encerraba la “Piedra Negra” de origen aerolítico. La *Ka'ba* tiene cuatro muros, cuatro líneas que van desde el centro a las cuatro esquinas; está orientada sobre el eje de los cuatro puntos



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 NOVIEMBRE 2009

cardinales. Un manuscrito árabe muestra la Piedra Negra de la *Ka'ba* llevada al Santuario por cuatro jefes de la tribu, en las cuatro esquinas de un tapiz.

Asimismo, el número cuatro es la base de las composiciones que figuran en la Alhambra. Ya hemos comentado su valor religioso, pero vienen de antiguo sus posibilidades modulares. Los pitagóricos le llamaban “causa principal creada por ella misma”, autogeneradora. Una planta cuadrada genera un *gnomon* que permite construir nuevamente otra de igual forma, es decir, se autogenera; lo cuál es un buen principio compositivo plano y espacial. De todos es sabido que hay dos proporciones muy utilizadas en arquitectura: $\sqrt{2}$ y Φ . Ambas pueden derivarse de la utilización del cuadrado en el sentido antes dicho; por ejemplo, el rectángulo $\sqrt{2}$ es utilizado con dos intenciones bien distintas por los nazaríes:

- En las tareas del intradós a la Sala de la Barca es el rectángulo $\sqrt{2}$ el elegido como estructura básica de las mismas.
- En el Palacio de los Leones es usado para adosar estancias a la sala principal, tanto en Dos Hermanas como en Abencerrajes.

También son utilizados los rectángulos áureos para el diseño del Patio de los Leones. Tanto su superficie como el diseño de los arcos se basan en el rectángulo Φ .

Si llevamos estas composiciones al espacio tridimensional, encontramos formas derivadas del cubo en las salas más relevantes. Un cubo es la Sala de Embajadores hasta el lugar donde aparece un friso de grandes ruedas sobre el que se levanta el artesonado. El centro de la armadura que lo cubre, es el centro del cupulín gallonado donde se halla el trono de Dios. Rodeándolo hay cuatro agrupaciones de zafates melados que equivaldrían a los arranques de los cuatro Árboles del Paraíso o Árboles de la Vida cuyas raíces están dirigidas hacia el cielo, ó, quizás, a los cuatro arcángeles que sostienen dicho trono (Sura LIX, versículo 17).

Además, el cuadrado es la base de los alicatados que decoran gran parte de las paredes de la Alhambra, y que están organizados alrededor de centro de rotación de orden cuatro. Probablemente, el origen de todo esto lo tenemos de nuevo en civilizaciones anteriores, por ejemplo en la vieja Asia. La cifra cuatro y el cuadrado (que es su forma absoluta) ha sido considerada como la representación ideográfica de la Tierra. Es sobre esta figura sobre la que se levantan las torres de los Caldeos y de los Sirio-Árabes. También el plano de los templos antiguos era cuadrangular.

Aparte de lo anteriormente dicho, el cuatro está muy presente en el Corán: cuatro son los libros divinos que reconoce Mahoma (Pentateuco, Salmos, Evangelios y Corán), cuatro son los meses sagrados y cuatro son los profetas del Antiguo Testamento aceptados por los musulmanes (Abraham, Isaac, Moisés y Noé).



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 NOVIEMBRE 2009

Por otra parte la medicina islámica seguía la teoría galénica de los cuatro humores (sangre, flema, bilis negra y bilis amarilla) relacionados con los cuatro elementos básicos que componen el Universo Material (aire, agua, tierra y fuego) y las cuatro naturalezas y la importancia de mantener el equilibrio entre ellas. Los cuatro humores se dice que están representados en las cuatro cuerdas del laúd árabe a las que posteriormente se sumó una quinta que representa el aliento vital, la respiración. Las facultades anímicas de la persona pueden, en función de los cuatro elementos, tender hacia la expansión o la contracción. Esto es, a la alegría y el placer o al miedo y la angustia.

6. EL NÚMERO SIETE

El número siete está unido desde la Antigüedad a ceremonias religiosas. Por ejemplo, las vueltas que hay que dar a la *Ka'ba* durante la peregrinación a la Meca son siete.

En Nemrond, en Tlassar y en todos los palacios sirios, se levantaba detrás del Harem, una enorme torre o pirámide de siete plantas, las cuales eran iguales en altura, dispuestas por detrás las unas sobre las otras, siendo revestidas de un estuco coloreado diferente para cada una y representando así los colores sagrados de los siete cuerpos siderales, superpuestos de forma que se empezaba por el de menos importancia y se terminaba por el de más: Blanco-Venus, Negro-Saturno, Púrpura-Júpiter, Azul-Mercurio, Bermellón-Marte, Plata-Luna, Oro-Sol.

En la Alhambra, al sur y pudiendo considerarse a espaldas del Harem del Palacio Rojo, se levanta la Torre de los Siete Suelos, que fue volada por las tropas napoleónicas cuando abandonaron la Alhambra tras usarla como cuartel.

La cúpula del Salón del Trono tiene significación cósmica. En la decoración del techo están sugeridos los siete cielos mediante siete filas de estrellas y un microtecho o cupulino. Por idéntica razón, los mocárabes de otras cúpulas (por ejemplo en la Sala de los Reyes) están distribuidos en siete pisos. Esto es fiel reflejo de sus creencias ya que, según la cosmología de Mahoma, hay siete cielos que forman círculos concéntricos. Encima de ellos, figura el cielo puro sin estrellas, donde se encuentra el Trono de la Majestad Divina (II, 27 y XXXVII, 6).

Otra parte importante en la decoración de la Alhambra la forman los mosaicos. Hay quien opina que el amor de los árabes por los números y sus aplicaciones prácticas se refleja incluso en el diseño de los mosaicos; en particular, los cuadrados mágicos les sugirieron ideas en tal sentido. El que mostramos en la Figura siguiente es conocido por el nombre de Cuadrado Védico, de origen indio. Fue la base de todo un sistema matemático que contenía un modelo numérico del Universo.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 NOVIEMBRE 2009

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	1	3	5	7	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9
4	8	3	7	2	6	1	5	9
5	1	6	2	7	3	8	4	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9
7	5	3	1	8	6	4	2	9
8	7	6	5	4	3	2	1	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9

El siete es el centro de este cuadrado, lo que está relacionado con su sentido mágico.

Para terminar, comentar que son siete los tipos de grupos asociados a los frisos, y en la Alhambra hay ejemplos de cada uno de ellos.

7. EL NÚMERO OCHO

Parece natural que la relevancia del número cuatro en la Alhambra provoque la intervención de sus múltiplos. El primero es el ocho. En la decoración geométrica hispanomusulmana es el lazo llamado de 8 el más utilizado, sin lugar a duda. Son varios los sistemas compositivos para confeccionar mosaicos de lazo que incluyan al de este tipo. A cada uno de ellos se le asigna por los especialistas un nombre: el de las unidades clásicas superpuestas, bóvedas de nervaduras hispanomusulmanas, doble malla cuadrangular superpuesta, malla de rombos o de octógonos entrelazados, etc. De todos ellos hay ejemplos sobrados en la Alhambra, fundamentalmente en el Salón del Trono, Sala de los Reyes, Sala de Dos Hermanas y Torre del Partal.

Observemos que en los lugares frecuentados por el Rey las composiciones son octogonales. Hasta la estancia principal del Baño Real, construido por Yusuf I, presenta una bóveda esquifada con estrellas de ocho puntas que alternan con filas de octógonos. Esa misma alternancia la repite Muhammed V al mandar construir las salas de Dos Hermanas y la de los Abencerrajes.



8. EL NÚMERO DIECISIETE

Un mosaico es una composición con losetas que reproduce un paisaje o una figura. Cuando las losetas llenan el plano basándose en simetrías, desplazamientos y rotaciones, estamos ante un mosaico geométrico. Para rellenar un plano con losetas (teselar el plano) de forma periódica, existen cuatro estrategias:

- Traslación. Es como si la nueva loseta que añadimos fuera una anterior desplazada a una nueva posición sin giros de ningún tipo.
- Rotación. La nueva loseta surge por el giro de una anterior con centro en algún punto determinado y con un ángulo concreto.
- Reflexión. Cada loseta nueva es la imagen especular de una anterior, con un eje de simetría dado.
- Simetría con deslizamiento. Se trata de una reflexión seguida de una traslación en la dirección del eje de reflexión.

Estas cuatro estrategias se denominan movimientos en el plano, y son isometrías: conservan las distancias. Los dos primeros conservan la orientación (movimientos directos), y los dos últimos la invierten (movimientos inversos). Esto es importante, porque cada loseta puede tener dibujos asimétricos que hagan variar la composición. Estas transformaciones se combinan entre ellas dando lugar a estructuras algebraicas que se denominan grupos de simetrías, en este caso Grupos cristalográficos planos. Pues bien, Fedorov demostró en 1891 que no hay más de 17 estructuras básicas para las infinitas decoraciones posibles del plano formando mosaicos periódicos. Son los 17 grupos cristalográficos planos. Cada uno de ellos recibe una denominación que procede de la cristalografía, y se pueden clasificar según la naturaleza de sus giros.

Pues bien, en la Alhambra granadina aparecen representaciones geométricas de cada uno de los 17 modelos posibles. ¡El número diecisiete también aparece en este genial monumento!

Los árabes fueron unos excelentes creadores de mosaicos geométricos. Dado que su religión les impedía dibujar personas o animales, su creatividad se decantó hacia la caligrafía y los dibujos geométricos, en los que alcanzaron cotas de belleza y complejidad difícilmente superables. Los creadores de los mosaicos de la Alhambra no podían conocer el teorema de clasificación de Fedorov, y por lo tanto no conocían cuántos grupos de simetrías podían usarse para rellenar el plano con losetas, por eso resulta impactante que conocieran todos y cada uno de los 17 existentes. Efectivamente, todos ellos están representados en los variados y bellísimos mosaicos de la Alhambra. Abundan los que tienen giros de 90° mientras que algunos grupos aparecen escasamente, pero absolutamente todos están representados.



9. OTROS NÚMEROS

Los números de los que hemos hablado hasta el momento son los que tienen más importancia en la Alhambra. Como es sabido, el conjunto de los naturales es “demasiado extenso” como para pretender describirlo aquí, sin embargo podemos realizar algunos comentarios sobre algunos de ellos:

- El cinco tuvo carácter profiláctico para los nazaríes; en el gran arco de herradura de la Puerta de la Justicia, hay una mano grabada en hueco, emblema de la ley alcoránica, ya que los cinco dedos corresponden a sus preceptos fundamentales (unidad de Dios, oración, ayuno, limosna y peregrinación). Cinco es el número de lados en las estrellas que se obtienen al unir dos lazos de 8 según el costadillo y la aspilla en las composiciones de lazo. Nos recuerda el pentagrama, o pentágono regular estrellado, considerado como símbolo de salud.
- Al menos seis son los palacios que integran la Alhambra.
- El número nueve es considerado con temor, como designación de la fragilidad de los destinos humanos. Por ello los pitagóricos intentaban evitar todos los números donde el nueve aparecía y principalmente el ochenta y uno. Puede que al ser unos grandes geómetras uniesen su significado



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 24 NOVIEMBRE 2009

al hecho de que el polígono regular de nueve lados no es construible con regla y compás. También se manifiesta en las suras del Corán, en donde al frente de todas ellas se lee la invocación “En nombre de Dios clemente y misericordioso” excepto en la sura novena.

- Diez son los reyes de la única pintura con representaciones humanas que hay en ella.
- La importancia del número 12 en la Alhambra se la da la fuente formada por una taza en forma de dodecágono sostenida por los lomos de doce leones que dan nombre no sólo al patio en donde se encuentran, sino al Palacio que mandó edificar Muhammad V. Bordeando la taza figuran grabados en ella doce versos. Nos recuerda la fuente de abluciones del Templo de Jerusalén o “mar de bronce” que se apoyaba sobre doce toros que simbolizaban las tribus de Israel y la sura que dice “... las doce fuentes que brotaron y cada tribu conoció al punto el lugar donde debían apagar su sed”. En cualquier caso, no debemos desdeñar que el doce estuviese unido a la Astronomía a causa de los signos zodiacales o a las cuestiones horarias.

10. BIBLIOGRAFÍA

- Barkai, R. (1984). *Cristianos y Musulmanes en la España Medieval*. Barcelona: Rialp.
- Landart, J. (2003). La Alhambra y el teorema de Fedorov. *Tio Petros Historias matemáticas*. Extraído el 12 de mayo de 2009 desde <http://tiopetrus.blogia.com/2003/092601-la-alhambra-y-el-teorema-de-fedorov.php>
- Núñez, J. A. (1987). *Ver y comprender la Alhambra*. Granada: Nueva Granada.
- Pérez, R. y Vela, M. (1995). *La Alhambra*. Granada: SAEM Thales.
- Vernet, J. y Marín, L. (1992). *Al-Andalus. El Islam en España*. Barcelona: Lunwerg.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Tomás David Páez Gutiérrez
- Centro, localidad, provincia: IES Vera Cruz, Begíjar, Jaén
- E-mail: tomasp@terra.es