



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

“GEOMETRÍA: REFLEXIONES DESDE LA TEORÍA Y LA PRÁCTICA”

AUTORÍA GARDENIA TIRADO DÍAZ
TEMÁTICA MATEMÁTICAS
ETAPA EDUCACIÓN PRIMARIA

Resumen

La dimensión didáctica de la geometría y los dos métodos utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, constituyen el punto de partida de este artículo. otro aspecto importante a destacar son las situaciones básicas en la geometría visual, por su vinculación con la vida real. por otro lado, se ofrecen algunas de las razones por la que es aconsejable y/o necesaria la enseñanza de la geometría, así como recomendaciones y por último se abordan los estadios a tener en cuenta en la construcción del conocimiento.

Palabras clave

Enseñanza y aprendizaje, Inducción, deducción, investigación, construcción,

1. LA GEOMETRÍA

Los resultados de las pruebas internacionales, en particular Pisa, muestran que si bien hay avances en la calidad de los aprendizajes en Matemáticas, la distancia que separa los resultados obtenidos con los esperados es muy grande.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

La geometría es una de las áreas de las Matemáticas en las que hay más puntos de desencuentro entre matemáticos y educadores. Por un lado, la geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento, la tal vez la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Por otra parte, la geometría es considerada como una disciplina, se apoya en un proceso extenso de formalización, el cual se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad.

2. ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA:

2.1. Dimensión didáctica

En esta dimensión se encuentran los siguientes aspectos:

- Interacción tanto del interior de la matemática como entre las matemáticas y otras ciencias.
- En un "espacio de objetos pequeños", la **percepción visual** puede ayudar para hacer conjeturas y para identificar propiedades geométricas; cuando se está tratando con el espacio donde usualmente nos movemos (por ejemplo, el salón de clases) todavía resulta fácil obtener información local, pero puede dificultarse lograr una visión global

2.2. Proceso inductivo y proceso deductivo.

El origen de la Geometría parte de lo concreto, para solucionar problemas reales. Está muy relacionado con la forma y la medida. Ha habido dos formas de enfocar la Geometría:

a) **Proceso Inductivo:** Se parte de la actividad, la experiencia y la manipulación.

Observación: el *teorema de Pitágoras* tiene su primera referencia en la cultura egipcia: en las crecidas del Nilo; utilizaban los números 3, 4 y 5 para medir los terrenos tras las inundaciones.

Metodología:

- Cogemos una cuerda.
- La dividimos en cinco partes.
- La unidad de longitud la obtenemos haciendo nudos, a igual distancia en la cuerda.

b) **Proceso Deductivo:** Se parte de la formalización de los conocimientos para estudiar los conceptos.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Observación: el impulsor de este método fue Euclides. Estableció una serie de axiomas, a partir de los cuales se elaboran las Matemáticas de forma deductiva.

Conclusiones:

- En el proceso inductivo partimos de la experiencia, se adquiere el significado de la expresión matemática, aunque no llegamos a la generalización.
- En el proceso deductivo tenemos clara la expresión algebraica (fórmulas) pero no el significado concreto.
- El fin de la geometría es hallar el equilibrio entre el trabajo inductivo y el deductivo, siempre partiendo de la experiencia. Es conveniente en los primeros niveles el proceso inductivo, porque a través de la manipulación podremos llegar más fácilmente a los conceptos.

3. SITUACIONES BÁSICAS EN LA GEOMETRÍA VISUAL.

- a) Geometría de las **formas naturales o artificiales** que se pueden descubrir observando el entorno.
- b) Geometría de los **reflejos** basada en la reflexión de la luz en superficies reflectantes que, como el agua, el metal o el espejo, ofrece unas visiones de figuras de enorme contenido geométrico.
- c) Geometría de las **sombras** que, vulnerando el tamaño, conserva interesantes propiedades de proyección y representación.
- d) Geometría efímera de las **pompas de jabón** que, con sus breves visiones, tienen un elevado contenido conceptual.

4. ¿POR QUÉ ES ACONSEJABLE Y/O NECESARIA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA?

- Describir, entender e interpretar el mundo real y sus fenómenos.
- Entrenar a los aprendices a hacer estimaciones, establecer conjeturas, construir demostraciones y determinar ejemplos y contraejemplos.
- Servir como una herramienta para otras áreas de la matemática.
- Enriquecer la percepción pública de las matemáticas.

5. RECOMENDACIONES PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA.

- a) Intentar relacionar la Geometría con el mundo real; la Geometría debe ser una ayuda para comprender y analizar el mundo que nos rodea.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Observación: partimos de la realidad y no del contenido, es decir, ponemos un ejemplo y después llegamos a la definición.

Propuestas metodológicas:

- A través de un vaso (tubo) o de una lata de bebidas, acercamos a nuestro alumnado al concepto de cilindro.
- Para calcular el área de un rectángulo:
 - Dividimos la figura en cuadros iguales.
 - Se suman los cuadrados.
 - Observamos que el resultado de la suma es el mismo que obtenemos al multiplicar los cuadrados de un lado por los del otro.
 - Damos significación a la fórmula base por la altura.
 $b \times a = 6 \times 3 = 18.$

- b) La presentación de la Geometría debe respetar el desarrollo intelectual del alumnado. En la etapa Primaria deben primar las actividades de manipulación. La Geometría debe ser experimental e intuitiva. En la etapa secundaria estos conocimientos adquiridos deben servir de base para planteamientos más rigurosos y precisos, lo que no quiere decir que se olviden los planteamientos experimentales.

Observación: adquieren significación los conceptos geométricos si previamente lo han visto en la realidad; pero no nos podemos quedar en la manipulación, intuición y experimentación; esto sólo son pasos previos al concepto matemático.

- c) La Geometría es un campo muy apropiado para presentar problemas e investigaciones, bien elegidos (sugentes, motivantes...) puede ser una ayuda inestimable para que el alumnado entienda mejor los contenidos geométricos. El profesorado debe elegir situaciones interesantes que muevan la curiosidad de los estudiantes.

Observación: los problemas tienen que plantear situaciones familiares o conocidas para el alumnado.

- d) Los contenidos en Geometría no se aprenden de una vez y para siempre; este aspecto tiene una importancia curricular evidente, puesto que el aprendizaje no es lineal, sino más bien "helicoidal"; esta recomendación tiene implicaciones evidentes, tanto en la secuencia de contenidos geométricos como en las actividades a presentar.

Observación: el aprendizaje no es lineal (se aprende y se olvida) desde los mismos conceptos vamos añadiendo otros nuevos y, además, desde perspectivas diferentes.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

- e) Trabajar la Geometría con los elementos claves, dando lugar a que el alumnado demuestre su competencia para resolver múltiples situaciones; el profesorado se ha de preocupar por cuidar estas situaciones claves.
- f) La Geometría sirve para saber ver. Desgraciadamente, esta ciencia ha dado la espalda durante mucho tiempo a aspectos fundamentales y que se encuentran en el mismo corazón de la Geometría; nos referimos a la visualización, a la representación... Es un grave descuido que hay que corregir. La introducción equilibrada de la geometría del Espacio puede ayudar a saber ver.

Observaciones:

- Han predominado aspectos algebraicos en niveles más altos y no los aspectos de ver (representación) en vez de las fórmulas, pero la representación no sólo del papel, también mental.
 - Hay que concienciarse en trabajar la Geometría no sólo centrada en calcular (superficies, volúmenes,...) también en la construcción de figuras (el trigram es Geometría aunque no tenga fórmulas).
- g) Es conveniente relacionar la Geometría con el Algebra y la Aritmética. El teorema de Pitágoras es un claro ejemplo. La configuración de diversos contenidos matemáticos es importante desde el punto de vista de la enseñanza-aprendizaje, en el campo de las Matemáticas.

Consideraciones Metodológicas:

- Un aspecto importante en la enseñanza de las Matemáticas es que a partir de un problema se manejan muchos conceptos (centro, círculo,...).
- El defecto de la enseñanza en general y de las Matemáticas en particular es concebir la enseñanza como compartimento-estanco, cada lección diferente a otra.
- Las sugerencias y participación del alumnado en problemas aislados, garantiza la aparición de varios conceptos y diferentes soluciones.

6. FASES EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA: NIVELES DE VAN HIELE.

Describe cinco fases en el aprendizaje de la Geometría. Se pueden estudiar longitudinalmente (desde tres años a la etapa adulta) para llegar desde la primera relación hasta la profundidad del concepto.

Observaciones:



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

- Son niveles de aprendizaje (dependen de la capacidad cognitiva del aprendiz) y no son niveles de enseñanza (etapas propuestas por el profesorado).
- No se puede pasar de un nivel sin tener asegurado el anterior. Esto es muy importante porque lo primero que tiene que saber el maestro, para llevar a cabo una propuesta educativa coherente, es el nivel cognitivo de su alumnado. Los niveles son:

a) Reconocimiento o Visualización. Se perciben las figuras globalmente. No se reconocen o explicitan sus partes y propiedades. Se puede, sin embargo, producir una copia de cada figura particular, reconocerla, nombrarla, identificarla o compararla basándose sólo en su apariencia.

Observaciones:

- En la enseñanza obligatoria corresponde a la enseñanza infantil. Saben lo que es un cuadrado, un triángulo (3 picos...), identifica la apariencia y la nombra.
- Identifica el triángulo, por ejemplo, pero no sabe lo que significa. Tiene una visión global de la figura.

b) Análisis. Se pueden analizar las partes y las propiedades particulares de las figuras, pero no se explicitan relaciones entre diferentes familias de figuras. Las propiedades pueden establecerse, experimentalmente, por observación, medición, corte, etc. Ninguna propiedad implica cualquier otra porque cada vez una se percibe de manera aislada.

Observaciones.

- Se perciben en las figuras unas determinadas propiedades (en el primer nivel se perciben de forma global):
 - El cuadrado tiene 4 lados.
 - El rectángulo tiene las diagonales iguales...
- Mediante la medición... se observan las propiedades de una figura, pero en este nivel no se relacionan unas con otras en una figura (Ej.: no identifican el cuadro y el rectángulo o el cuadrado y el rombo aunque tengan propiedades comunes y diferentes y pertenezcan a la clase de los paralelogramos).

c) Deducción informal u orden. Las relaciones entre las propiedades de la figura y entre figuras llegan a ser el principal objetivo de estudio. Las figuras se determinan por sus propiedades, pero se es incapaz de organizar una secuencia de razonamientos para justificar las observaciones.

Observaciones:

- Se establecen, entienden y comprenden las relaciones entre propiedades de una figura. Se trata de relaciones intuitivas (porque las vemos). En este nivel se es incapaz de establecer una secuencia de razonamiento lógico para ir de una a otra propiedad.
- Funciona la imaginación: conjetura, manipulación... cuando establecemos relaciones comparamos experimentalmente las mismas (recortamos ángulos rectos, medimos...).



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

(Ej.: observamos aspectos comunes entre cuadrado y rectángulo y entre rectángulo y romboide y establecemos clasificaciones de figuras según sus características comunes).

- d) **Deducción.** Se pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra; sin embargo, no se reconoce la necesidad de rigor.

Observación: la experiencia no es determinante. La vista engaña. No es suficiente. Se exige una demostración. Este nivel no es accesible para la mayoría de la población.

- e) **Rigor.** Los individuos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos. Este último nivel, por su alto grado de abstracción, debe ser considerado en una categoría aparte.

Observación: el grado de abstracción es tan alto que nada tiene que ver con la realidad.

7. ESTADIOS EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO.

- a) **Visualización.** Después de visualizar un objeto, poder memorizar imágenes parciales a fin de reconocer objetos iguales o semejantes por cambio de posición o escala.

- b) **Estructuración.** Después de haber visualizado un objeto, poder reconocer y reconstruir el objeto a partir de sus elementos básicos constituyentes.

Observación: Supone en los niveles de Van Hiele el reconocimiento de las propiedades de una figura, no se trata de ver globalmente la misma. Ej.: Los elementos básicos de un rectángulo son: dos lados iguales y otros dos desiguales. Se trata de ser capaz de reconstruir la figura a partir de estos elementos básicos.

- c) **Traducción.** Saber reconocer una figura a partir de una descripción oral.

- d) **Determinación.** Reconocer y construir a partir de relaciones métricas. Ej.: dando los ángulos, las diagonales...

- e) **Clasificación.** Reconocer clases de objetos según distintos criterios.

8. BIBLIOGRAFÍA



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Blanco, L, (1991): Conocimiento y acción en la enseñanza las Matemáticas, de profesores de E.G.B, y estudiantes para profesores. Badajoz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.

Lunares, S. y Sánchez, M. V. (1990); Teoría y práctica en educación matemática. Sevilla: Ed. Alfar.

A.P. Jaime y A.R. Gutiérrez. (1990): Una propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele, Práctica en Educación Matemática: Capítulo 6o, pág. 295-384. Sevilla: Ediciones Alfar.

Autoría

- Nombre y Apellidos: **Gardenia Tirado Díaz**
- Centro, localidad, provincia: **CEIP Gibraltar, La Línea de la Concepción (CÁDIZ)**
- E-mail: **gardeti8@hotmail.com**