



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

“CÓMO TRABAJAR LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL AULA: MATEMÁTICAS ANTES DE NUESTRA ERA”

AUTORÍA ANTONIO JESÚS MARTÍNEZ RUEDA
TEMÁTICA MATEMÁTICAS
ETAPA ESO. BACHILLERATO

Resumen

Las matemáticas están presentes en todos los niveles en el aula, pero surgen preguntas como quién ha trabajado sobre eso, a quién se le ocurren todas esas fórmulas que a la postre usaremos nosotros... ininidad de preguntas sobre todo lo que se aprende de matemáticas en el aula. Las matemáticas no nacen solas, siempre hay genios investigando sobre ellas y sacando nuevos conceptos y aplicaciones. Por tanto, propondré aplicaciones didácticas y cómo metería la historia en las matemáticas del instituto para que los alumnos se interesen por ella y traten de descubrir hechos históricos por sí solos de conceptos matemáticos utilizados durante el curso, así como estudiar alguno de los matemáticos más importantes del nacimiento de las matemáticas.

Palabras clave

Matemáticas
Papiro de Rhind
Los Pitagóricos
Irracionales
Pi
Arquímedes
Euclides



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

1. INTRODUCCIÓN

Las matemáticas descubiertas en tiempos pasados son las que se enseñan en colegios e institutos ahora, y las matemáticas de ahora son las que sólo unos pocos conseguirán comprender y entender. Por tanto, las matemáticas que enseñaremos ahora han pasado ya muchos siglos en nuestro mundo e historia. Si quedan muchos problemas sin resolver todavía, imaginémosnos a todos los problemas que se han tenido que enfrentar nuestros antecesores... Ya sea investigando nuestro sistema solar y los movimientos de los planetas, en las leyes físicas, en informática, en algo tan de moda como la cura del cáncer o simplemente desarrollando puras matemáticas. En muchas ramas aparecen las matemáticas y no paran de seguir desarrollándose. Grandes matemáticos aparecen a lo largo de los siglos aportando sus ideas, estas ideas que ahora cogemos nosotros para hacer matemáticas. Es importante saber matemáticas pero también lo es saber algo de historia de matemáticas, así que en los institutos se debería de hablar también de historia de matemáticas, por lo menos como surgió el concepto que se esté estudiando.

2. DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS ANTES DE NUESTRA ERA

2.1 Los inicios

Ya en tiempos muy antiguos, las matemáticas se dejan ver en el llamado papiro de Rhind en el Antiguo Egipto. Estamos hablando aproximadamente del año 2.000 a.C. Este papiro, encontrado en el siglo XIX en las ruinas de un edificio en Luxor y que desde 1865 se conserva en el museo británico de Londres, nos deja ver problemas matemáticos con cuestiones aritméticas básicas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica. Yo trabajaría sobre este papiro al principio de curso y propondría las siguientes actividades a hacer:

- Buscar en internet imágenes del papiro de Rhind, hacer una fotocopia de éstas y llevarlas a clase.
- Buscar también en internet o libros información sobre los problemas matemáticos que trata el papiro.
- Un día de las dos primeras semanas de clase, mostrar todas las fotocopias en clase y discutir sobre las imágenes que se ven en el papiro y qué pueden estar analizando.
- Además, listar los problemas encontrados en internet de los que trata el papiro y localizar en el temario que se dará en el curso cada uno de los problemas del papiro de Rhind.

Con este trabajo, los alumnos verán dónde aparecen por primera vez las matemáticas y como eran las matemáticas de aquellos años. También al relacionar cada problema del papiro con el temario que se dará, los alumnos prestarán atención sobre lo que se trabajará a lo largo del curso, y observarán que muchos de los conceptos que estudiarán a lo largo del curso ya aparecían en el año 2000 a.C.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Otra variante a este trabajo para analizar los inicios de las matemáticas es estudiar a Tales de Mileto. Tales de Mileto (s. VI a.C.), quien predijo el eclipse de Sol del 28 de mayo del 585 a.C., es para muchos el primer matemático de la historia. Por tanto la actividad que haría:

- Buscar información sobre cómo se produce un eclipse de Sol, y realizar alguna imagen en el que se vea las posiciones del Sol, la Tierra y la Luna al haber un eclipse de Sol.

Esta actividad es idónea hacerla para cursos bajos cuando aparezcan los temas relacionados con rectas para introducirlos además de introducir el concepto de puntos alineados aprovechando los dibujos hechos sobre un eclipse de Sol. Como además los eclipses es un tema que llama la atención sería como un puente para conseguir información sobre Tales de Mileto. El objetivo es conseguir llegar que fue el primer matemático de la historia.

2.2 Los pitagóricos y el Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras relaciona los lados de un triángulo rectángulo. Si tenemos un triángulo de este tipo, el lado de longitud mayor se llama hipotenusa y los otros dos lados se llaman catetos. Pues el teorema de Pitágoras dice que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Este resultado en la enseñanza se usa mucho para ejercicios de resolución de triángulos, es decir, calcular la longitud de sus lados, su altura, los ángulos... y tiene su origen gracias a los pitagóricos en el siglo VI a.C., movimiento fundado por Pitágoras. Muchas son las actividades que podremos plantear para profundizar el teorema de Pitágoras y poco a poco abrir el camino hasta conseguir saber un poco de la vida de Pitágoras y los pitagóricos:

- Buscar situaciones en la realidad donde aparece el teorema de Pitágoras y porqué a este teorema se le denomina teorema de Pitágoras.
- Encontradas dichas situaciones, plantear un problema con datos para resolver usando el teorema de Pitágoras
- Formar grupos interactivos y enseñar cada uno su actividad. Entre ellos seleccionarán cada grupo la actividad que más les guste y la más compleja, y a partir de aquí cada actividad pasará de unos grupos a otros para resolverla.
- Además cada grupo tiene que sacar una conclusión del porqué del nombre teorema de Pitágoras, y se realizará un debate entre los grupos intercalando cada uno sus ideas.

Estas actividades, al realizarse al final del tema donde se da el teorema de Pitágoras, servirá para profundizar y repasar este concepto, y se verá la importancia que tiene el teorema al observar que aparece en nuestro mundo en muchos sitios. También se logrará que los alumnos sepan algo de la vida de Pitágoras y los pitagóricos al tener que haber buscado información sobre porqué se llama teorema de Pitágoras.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Además, el teorema de Pitágoras cuenta con un gran número de demostraciones. Las más famosas son:

- La del libro chino “El Chou Pei”, que demuestra el teorema construyendo un cuadrado de lado $(a+b)$ que se parte en cuatro triángulos de base a y altura b , y un cuadrado de lado c .
- Mediante semejanza de triángulos.
- Demostración de Euclides en su libro “Los Elementos”, la cual es puramente geométrica.
- Demostración de Pappus, que la desarrolla a partir de “Los Elementos” de Euclides.

Por tanto otra actividad que se podría plantear es:

- Buscar algunas demostraciones del teorema de Pitágoras y traerlas a clase.

Gracias a esta actividad, podremos hablar sobre las demostraciones matemáticas y su importancia. Los alumnos captarán la idea de que las matemáticas no surgen solas y las fórmulas que hay no son esas así porque sí, sino que tienen sus raíces a través de demostraciones matemáticas.

2.3 Los pitagóricos y los números irracionales

A los alumnos les empezamos a enseñar las matemáticas comenzando por el conjunto de los números naturales N . Este conjunto, al descubrirse los números negativos, ha de ser ampliado, dando lugar a los números enteros Z . A continuación se habla de otra ampliación, esta vez a los números racionales Q . Aquí aparecen otro tipo de números que no son racionales, los llamaremos irracionales, y éstos junto con los racionales darán el llamado conjunto de los números reales. Sobre este conjunto de números es sobre el que se trabaja durante mucho tiempo en los institutos. Pero, ¿cómo llegaron hasta aquí nuestros antepasados y cuándo?

. Como consecuencia del Teorema de Pitágoras, al calcular la raíz de 2, la raíz de 3 y otras raíces nos daba un número que no era racional. Además, estudiando ecuaciones, se descubrió que las ecuaciones del tipo $ax=b$ con a distinto de cero, a veces tienen soluciones que no son tampoco un número racional. Por tanto, se amplió el concepto de números racionales añadiendo los números irracionales dando los números reales.

Todo esto tiene su origen en los pitagóricos, aunque por su ideología teológico-numérica, mantuvieron en secreto el descubrimiento de los números irracionales. Hasta el siglo XVII cuando ya existía cierta independencia entre los conceptos de número y cantidad, y se habían desarrollado sistemas numéricos y notaciones capaces de identificar a estos números como decimales de infinitas cifras no periódicas no le habían dado cabida a los números irracionales.

Por tanto, algo tan usado en las clases de matemática como son los números irracionales, aunque se conocían hace muchos siglos, no se formalizaron hasta el siglo XVII.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Para que los alumnos descubran el concepto de número irracional realizaría las siguientes actividades antes de explicar el tema:

- Realizar por grupos un trabajo, a elegir sobre los siguientes, resaltando el concepto de irracional y cuando surge este concepto y exponerlo en clase:
 1. El número Pi
 2. El número E
 3. El número áureo
 4. La raíz del número 2
- Representar en la recta real estos cuatro valores usando primero un decimal y luego dos decimales.

Con el primer trabajo, como esos números no serán muy conocidos por los alumnos, el objetivo es presentarlos y hacer ver que son cuatro de los números irracionales más importantes que existen. También el objetivo es que salga de nuevo la palabra “pitagóricos” al buscar el origen de los irracionales y así trabajar un poco la historia.

Con el segundo trabajo empezaremos a trabajar la representación de los números irracionales y haremos hincapié que cuantas más cifras decimales tenga el número irracional mejor será su aproximación. Además compararemos estos cuatro números y veremos sus dos primeras cifras decimales que serán con las que más se trabajen.

2.4 Los pitagóricos y los sólidos regulares

Otra de las partes de la geometría que se da en las matemáticas del instituto son los sólidos regulares. Esto nada más y nada menos que viene de los pitagóricos. Los pitagóricos descubrieron el dodecaedro y demostraron que sólo existen 5 sólidos regulares aunque fue Euclides el que demostró que no hay más sólidos regulares. Enseñamos todas sus propiedades sobre éstos: el número de caras, cuantos lados tendrá cada cara, el número de aristas del poliedro, el número de vértices, las relaciones que hay...

Para investigar este tema, repasar y profundizar conceptos propondría alguna de estas actividades:

- Hacer un trabajo sobre el dado
- Comparar una pirámide con un tetraedro
- Traer figuras a clase para enseñarlas y construir las figuras con papel.
- Orígenes e importancia de estos cuerpos en la antigüedad

El primer trabajo nos servirá para introducir el primer cuerpo que queremos estudiar. Al realizar el trabajo del dado se buscan propiedades como que un dado tiene seis caras o que todas sus caras son



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

iguales para que los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 tengan la misma probabilidad de salir. Por tanto ayudará mucho a introducir el cubo.

De nuevo, en el segundo trabajo se hace una comparación entre algo conocido como es una pirámide con un tetraedro, que será el siguiente cuerpo a estudiar. Esta comparación nos servirá para que los alumnos saquen alguna de las propiedades que tiene el tetraedro.

El tercer trabajo sería para repasar estos conceptos al traer las figuras a clase y que los alumnos las toquen. Además al construirlas habrá primero que trazarlas en papel, recortarlas, formar la figura pegándola y colorear la figura con colores distintos cada cara. Aquí, al usar colores distintos para cada cara repasaremos el número de caras que tiene cada figura.

El último trabajo básicamente es para que de nuevo trabajen los orígenes de estos cuerpos y vean la importancia que le daban nuestros antepasados, por ejemplo Platón pensó que representaban los elementos fundamentales que constituían el mundo: fuego, tierra, aire, cosmos y agua respectivamente.

Aquí algunas de las propiedades básicas que tenemos que lograr que los alumnos sepan a través de las clases y con la realización de los trabajos:

- Tetraedro: número de caras 4, los polígonos que forman las caras son triángulos equiláteros, número de aristas 4 y número de vértices 4.
- Cubo: número de caras 6, los polígonos que forman las caras cuadrados, número de aristas 12 y número de vértices 8.
- Octaedro: número de caras 8, los polígonos que forman las caras son triángulos equiláteros, número de aristas 12 y número de vértices 6.
- Dodecaedro: número de caras 12, los polígonos que forman las caras son pentágonos equiláteros, número de aristas 30 y número de vértices 20.
- Icosaedro: número de caras 20, los polígonos que forman las caras son triángulos equiláteros, número de aristas 30 y número de vértices 12.

2.5 Euclides y las formas regulares

El estudio de las rectas y los planos, sus propiedades de paralelismo, perpendicularidad, ángulos entre rectas paralelas y perpendiculares, ecuaciones básicas, así como el estudio de círculos y esferas, triángulos y conos, etc.; se debe gracias a Euclides. Los teoremas de Euclides son los que generalmente se aprenden en la escuela moderna. Por citar alguno: La suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180° .

Además del trabajo del eclipse de Sol citada anteriormente al aparecernos el tema de rectas para introducirlo, podríamos proponer también:



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

- Elaborar un trabajo sobre la obra “Los Elementos” y ver la relación que hay con el siguiente tema. Buscar información sobre su autor.
- Hacer un trabajo sobre los pasos a nivel.

El primer trabajo tiene como objetivo interesarse por la historia, así como ver que los conceptos que se verán en el tema aparecen en la obra “Los Elementos” y hacer constancia de la antigüedad de estos. Además hacer ver que Euclides aunque fue un matemático importante, se conoce muy poco de su vida.

El segundo trabajo tiene como misión introducir el concepto de intersección, el cual aparece al cortarse la vía del tren y la carretera. A partir de este trabajo se lanzarán los conceptos de intersección de rectas, rectas perpendiculares, rectas paralelas...

2.6 Arquímedes y el número Pi

Al hablar sobre la circunferencia, aparece como por arte de magia un número llamado Pi y que nos dicen que vale 3,14 ¿porqué vale eso y no otra cosa? ¿de dónde sale ese número? Solo nos dicen su valor y que sirve para calcular la longitud de una circunferencia, su área... y lo usamos sin más. Veamos algunas actividades para descubrir el número Pi:

- Encontrar las primeras diez cifras decimales del número Pi.
- Relación entre Pi y el Sol.
- Pi y las erupciones solares.
- Calcular el volumen del Sol, La tierra, ...

Pasemos a explicar las actividades y haber cómo se usa el número Pi en estas actividades:

La primera actividad tiene como objetivo darse cuenta de que el número Pi es un número irracional. Para ello proponemos que se busquen las diez primeras cifras decimales. Con esta búsqueda se verá que el número Pi tiene infinitas cifras decimales y por tanto es un número irracional. También intentaremos que los alumnos traten de descubrir las aproximaciones a este número a lo largo de la historia. El objetivo sería ver que en el siglo III Arquímedes logró una buena aproximación de este número. El método empleado por Arquímedes consistía en circunscribir e inscribir polígonos regulares de n-lados en circunferencias y calcular el perímetro de dichos polígonos. Arquímedes empezó con hexágonos circunscritos e inscritos, y fue doblando el número de lados hasta llegar a polígonos de 96 lados. Por tanto con esta actividad también podremos trabajar los polígonos.

En la segunda actividad se pone en juego cómo se obtiene el número Pi. Como es el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, el Sol se puede ver como una circunferencia y se planteará encontrar el radio del Sol y su longitud, haciendo el cociente y obteniendo el número Pi. Por tanto, trabajaremos el número Pi a través del Sol, lo que hará que los alumnos sientan curiosidad por el



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

número Pi. Esta actividad también nos servirá para ver las fórmulas del cálculo de la longitud de una circunferencia y su área.

En la tercera actividad se buscarán fotos sobre erupciones solares y haremos observar que los arcos que forman las erupciones son circunferencias. Por tanto, dibujaremos estas circunferencias y con éstas usaríamos el número Pi para calcular su longitud con unos datos dados así como su área. También podríamos ver cómo sale el número Pi viendo la relación entre la longitud de la circunferencia de la erupción solar y su diámetro.

La última actividad nos servirá para que los alumnos memoricen la fórmula para calcular el volumen de una esfera, y ya de paso hablaríamos de que Arquímedes demostró la fórmula para calcular el volumen de una esfera

5. BIBLIOGRAFÍA

Rey Pastor, J. (1997). *Historia de la Matemática. Vol. 1*. Barcelona: Editorial Gedisa

Jámblico (2003). *Vida pitagórica. Protréptico*. Madrid: Editorial Gredos

Collette, J.P. (1985). *Historia de las Matemáticas. 1ª edición*. Madrid: Editorial, S.A.

Boyer, C.B. (1986). *Historia de la matemática. 1ª edición*. Madrid: Editorial, S.A.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Antonio Jesús Martínez Rueda
- Centro, localidad, provincia: Granada
- E-mail: jssrueda16@hotmail.com