



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

“MATEMÁTICA APLICADA A LA ARQUITECTURA: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE CURVAS EN EL ESPACIO CON MATHEMATICA”

AUTORÍA CARMEN MARIA REINOSO MAROTO
TEMÁTICA ARQUITECTURA, MATEMATICAS
ETAPA FORMACIÓN PROFESIONAL GRADO SUPERIOR OBRA CIVIL Y EDIFICACIÓN Y BACHILLER MODALIDAD CIENCIA Y TECNOLOGIA

Resumen

Mathemática es un programa informático al que nuestros alumnos pueden tener acceso desde el aula, ya sea de matemáticas en Bachiller, o por su relación con el dibujo de la arquitectura, desde los ciclos formativos de la familia de edificación y obra civil. Para estos alumnos resulta interesante el manejo de este programa ya que, entre otras muchas funciones, nos permite acercarnos al mundo de las curvas de una manera fácil, rápida y sencilla como aplicación de los conceptos definidos en el aula, y como parte de la definición de espacios arquitectónicos.

Este artículo se centra en una introducción práctica con Mathemática para el realizar curvas, centrándonos principalmente en la representación grafica de curvas en el espacio.

Palabras clave

Arquitectura, Mathemática, curvas en tres dimensiones, matemáticas.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

1. INTRODUCCIÓN

Mathemática permite dibujar cualquier curva con gran rapidez. Este programa informático no solo realiza la representación gráfica de una curva, sino que también puede hacer su estudio analítico. Mostraremos como utilizar Mathemática para representación de curvas en el aula para estudiar diversas curvas espaciales como actividad complementaria a los contenidos propios de la programación de aula.

Decir que vamos a dibujar como ejercicio practico, una curva elemental, como es la hélice, que es una de las que estudiamos en el aula de matemáticas.

Antes de enseñaros el miniprograma que permite la representación gráfica de una curva en el espacio, debemos hacer la siguiente aclaración, para definir en Mathemática una curva plana, alfa, se escribe:

$$\text{alfa [t_]} := \{ x[t], y[t] \}$$

2. CURVAS EN EL ESPACIO.

2.1. HÉLICE CIRCULAR.

La hélice circular es una curva en el espacio cuya representación recuerda un muelle. Sus ecuaciones paramétricas son las siguientes:

$$t \rightarrow (a \cos(t), a \sin(t), b t) ,$$

donde a es el radio del cilindro que la contiene a la hélice circular y b es la inclinación de la hélice circular.

En Matemática esta definición se escribe:

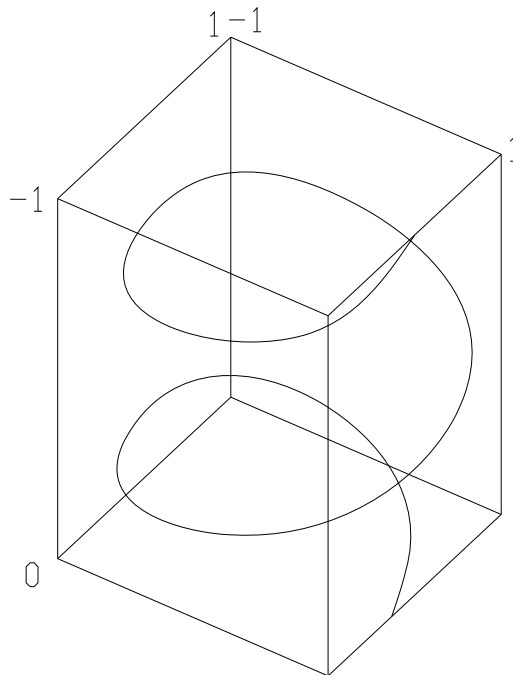
$$\text{helice [a_, b_] [t_]} := \{ a \text{ Cos[t], a Sin[t], b t \}$$

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Para obtener la representación gráfica de una hélice circular y radio de cilindro 1 e inclinación de 0.2, nuestros alumnos ejecutaran la orden:

```
ParametricPlot3D [ Evaluate [helice [ 1, 0.2 ] [ t ], { t, 0 , 4 Pi },  
PlotPoints -> 200,  
PlotRange -> { { -1 , 1 } , { -1 , 1 } , { 0 , 0 , 8 Pi } } ;
```

Pues el resultado que nos muestra el programa se parecerá a:





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

Para determinar la curvatura y la torsión de la hélice ejecutaremos los órdenes que se muestran a continuación:

Curvatura3D [helice [a , b] [t] // PowerExpand

Y el resultado que nos muestra el programa:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

torsion [helice [a , b] [t]

Y el resultado que nos muestra el programa:

$$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Cuando esta hélice circular que acabamos de dibujar la proyectamos sobre el plano horizontal su proyección es una circunferencia. En general podemos decir que una curva helicoidal se proyecta sobre un plano horizontal en otra curva plana.

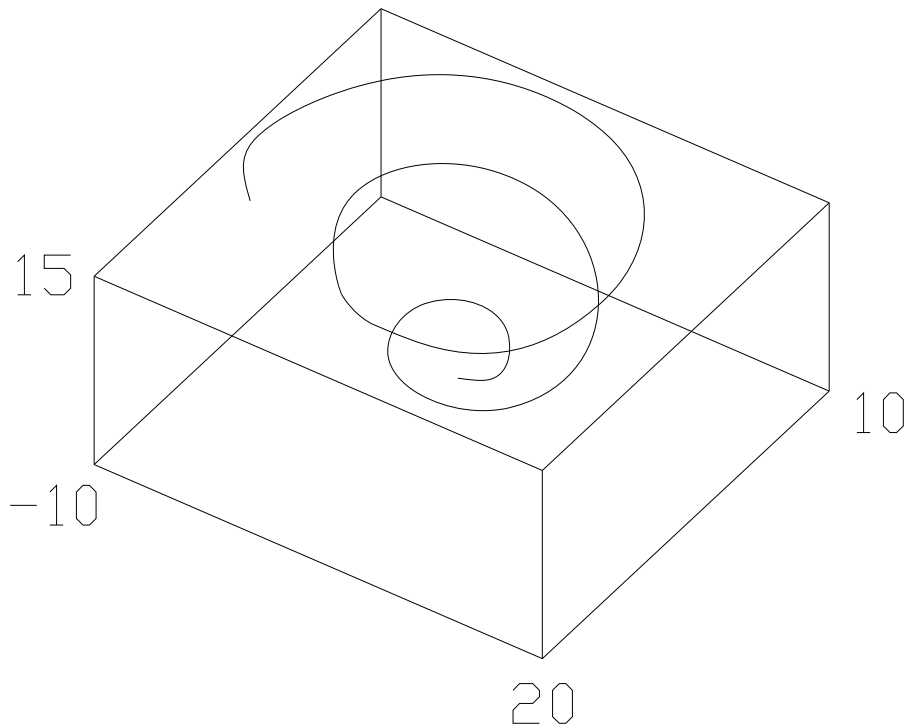
Con el **Mathemática** para definir una curva helicoidal sobre una curva plana alfa se escribe de la siguiente forma:

$\text{Helicoidal}[\text{alfa}_-, \text{c}_-][t_-] := \{ \text{alfa}[t][[1]], \text{alfa}[t][[2]], \text{c}t \}$

La orden que tendremos que indicar al programa para que nos represente gráficamente una curva helicoidal sobre una espiral logarítmica corresponderá:

```
ParametricPlot3D [ Evaluate [helicoidal [ espirallog [1, 0.08 ] , 0.5 ] [ t ] ,  
{ t , 0 , 12 Pi } ,  
PlotPoints -> 200] ;
```

Pues el resultado que nos muestra el programa se parecerá a:

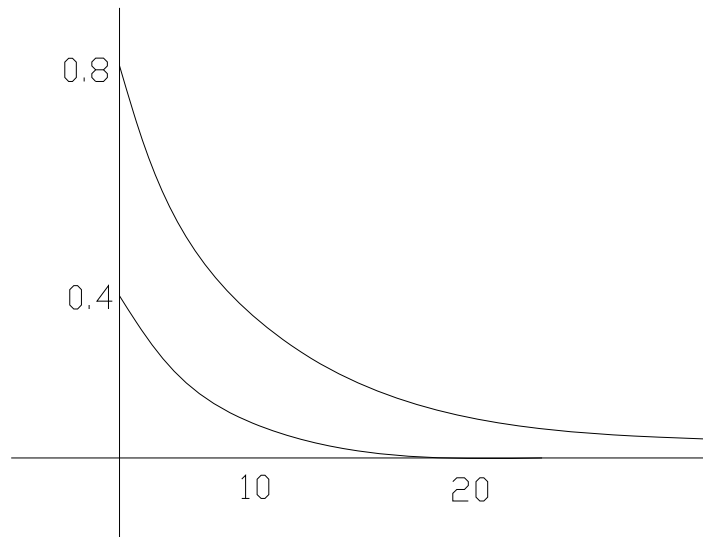


Para obtener la grafica de su curvatura y torsión:

Plot [Evaluate[

{ curvatura3D [helicoidal [espirallog [1, 0.08] , 0.5]][t] ,
torsion [helicoidal [espirallog [1, 0.08] , 0.5]][t]} ,
{ t , 0, 12 >Pi }];

Mostrándonos el programa la siguiente gráfica:



2.2. LA CURVA DE VIVIANI

Esta curva se obtiene de la intersección del cilindro:

$$(x - a)^2 + y^2 = a^2;$$

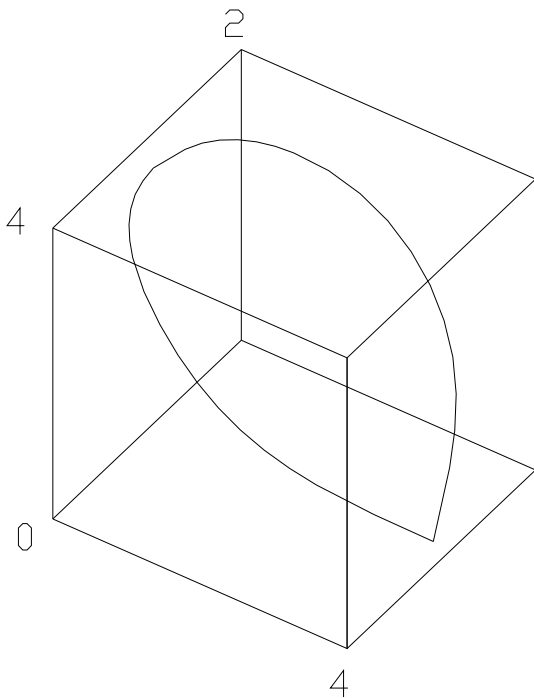
con la esfera de centro (0 , 0 , 0) y radio 2 a.

Para definir esta curva con Mathemática escribiremos la orden:

$$\text{Viviani} [a_] [t_] : = a \{ 1 + \text{Cos} [t], 2 \text{Sin} [t / 2] \}$$

`ParametricPlot3D [viviani [2] [t] , { t, 0, 2 Pi} , PlotPoints -> 200] ;`

El programa mostrara el siguiente resultado:





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 25 – DICIEMBRE DE 2009

2.3. EJERCICIO PROPUESTO

Para finalizar, quisiera proponer un ejercicio para que vosotros los resolvais:

1.- Dada las curvas parametrizadas:

$$\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$t \rightarrow (e^t \cos (t), e^t \operatorname{sen} (t), e^t)$$

$$\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$t \rightarrow (3t + 1 , \cos (t) - 2t^2 , 5 - t)$$

a : Representa graficamente las curvas anteriores.

b : Determina la curvatura y la torsión de α y β en cada uno de sus puntos. ¿Son curvas planas?

3. CONCLUSIÓN

En este artículo hemos visto como se realiza la representación de curvas en el espacio en su forma paramétrica, estudiando el caso de la hélice circular y las curvas helicoidales a través del *Mathematica*. Este programa que tiene múltiples funciones y aplicaciones, nos ayuda en el aula a que el alumno llegue a comprender como se generan las curvas. Esto que hemos mostrado en este artículo es una mínima parte de lo que nos puede resolver este programa.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Carmen Maria Reinoso Maroto
- Centro, localidad, provincia: Granada
- E-mail: carmarema@hotmail.com