



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

“MATEMÁTICAS: REFLEXIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE”

AUTORÍA GARDENIA TIRADO DÍAZ
TEMÁTICA MATEMÁTICAS
ETAPA EDUCACIÓN PRIMARIA

RESUMEN

Este artículo es el resultado de un ejercicio de reflexión acerca del proceso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Educación Primaria. Se compone de algunas fases y etapas en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, aportaciones de autores relevantes como Dienes, Mialaret y Van Hiele, acompañadas de observaciones y consideraciones metodológicas. Por último, se recogen algunos de los principios didácticos derivados de la práctica docente en esta materia.

PALABRAS CLAVE

Aprendizaje, enseñanza, reflexión, lenguaje, construcción, razonamiento.

1. PRINCIPIOS DE DIENES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

Dienes, en su libro “La construcción de las Matemáticas”, establece 6 etapas en el aprendizaje de las Matemáticas. Incluye cuatro principios:

☞ **Principio Dinámico:** Partir de situaciones que provoquen la actividad del aprendizaje, de forma que podamos introducirle en la investigación matemática.

Observación: Principio sinónimo de experiencia, participación, juego y actividad.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

δ① **Principio de Constructividad:** Los conceptos se construyen (a partir del principio anterior).

Observaciones:

- No dar la actividad acabada ni las definiciones.
- Hay que tener en cuenta la capacidad cognitiva del alumnado.

c) **Principio de Variabilidad Matemática:** Todo concepto matemático encierra, a su vez, multitud de subconceptos (otros conceptos) matemáticos que son los que nos ayudan a establecer diferencias y semejanzas. Ej.: En el estudio de los cuadriláteros aparecen ligados a este concepto: ángulos, lados, concavidad, vértices... Estos conceptos configuran el concepto de cuadrilátero.

Observaciones: Dienes lo llamó “variable” y dijo: “Todo concepto matemático tiene muchas variables”; y añadió: “Hay que realizar experiencias que pongan de manifiesto cada una de estas variables”.

∩① **Principio de Concretización Múltiple:** Cuando trazamos un concepto matemático, éste se manifiesta en muchas situaciones de nuestro entorno y de múltiples fórmulas o maneras.

Observaciones: Tenemos que procurar diseñar propuestas con actividades diferentes, que se correspondan con las distintas situaciones. Un ejemplo sería identificar el cuadrado con una determinada posición. Si aparece en otra diferente no es reconocida. En este caso se pone de manifiesto que no se ha reflejado el concepto de cuadrado en diferentes situaciones (posiciones).

2. APORTACIONES DE G. MIALARET A LOS PRINCIPIOS DE DIENES.

Mialaret, en su obra “Las Matemáticas: cómo enseñar y cómo se aprende”, realiza las siguientes aportaciones a los principios de **Dienes**.

a) La formación matemática “acostumbra” al alumnado a sobrepasar la realidad concreta para traducirla a una lengua, nueva y depurada; más abstracta, pero que hace aparecer las semejanzas entre situaciones, aparentemente, muy alejadas unas de otras.

Observaciones:

- Aparecen dos términos, “concreto” y “abstracto”, relacionados a través del lenguaje.
- Señala un proceso que va desde la realidad concreta a la abstracta, es decir, la evolución de la realidad concreta con un lenguaje abstracto.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

- Las Matemáticas aportan un lenguaje que represente muchas realidades diferentes:

2	2 libros x 3 fotografías = 6 fotografías	Realidades
<u>x 3</u>	2 libros x 3 euros = 6 euros	Diferentes
6		

- b) “Las Matemáticas son una ciencia que evoluciona constantemente. Igualmente, las aportaciones de las Matemáticas a la Sociedad también cambian en función de las necesidades de ésta”.

Observaciones:

- o Si las Matemáticas evolucionan constantemente y también lo hace la sociedad, la consecuencia es inmediata: las aportaciones de las Matemáticas a la sociedad también evolucionan constantemente: cambios de programa, de contenidos...
 - o Los problemas surgen cuando el profesorado es reacio a introducir cambios en sus propuestas.
 - o No se adapta con facilidad a las demandas del currículo oficial. Los cambios se introducen porque las necesidades son diferentes y la ciencia cambia de contenidos: lo que sirvió al alumnado en el pasado no tiene por qué ser lo más eficaz en el futuro.
- c) Estudiar Matemáticas es, esencialmente, aprender a razonar, tomando conciencia del propio razonamiento.
- d) El aprendizaje de las Matemáticas requiere un lenguaje preciso. Entiende, además, que la forma de expresión de un razonamiento es parte esencial del mismo razonamiento.

Observaciones:

- o Las ideas se organizan cuando hay necesidad de expresar. Para organizar hay que establecer criterios.
- o El esfuerzo que realiza la mente para organizar la información (distinguir lo principal de lo secundario) forma parte del aprendizaje.

Conclusión: La organización del mundo de las ideas es parte esencial del mismo razonamiento. En una situación cualquiera de comunicación si el interlocutor no ha decodificado bien el mensaje, se reorganiza de nuevo la información (pero es necesario saber sintetizar los contenidos).

- e) “El niño no inventa el edificio matemático, pero lo descubre progresivamente, gracias a la ayuda del profesorado. Las diferentes partes elaboradas se estructuran y reestructuran en función de los conocimientos ya adquiridos”.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

Observaciones:

- La función del profesorado es guiar para posibilitar los descubrimientos del alumnado.
- En el proceso de redescubrir lo que ya está descubierto es importante el lenguaje, porque sin él no es posible el descubrimiento.

f) “El problema pedagógico consiste en establecer una conexión entre una actividad determinada: real o imaginaria, y su traducción con cierto lenguaje que utiliza sus propios símbolos”.

Observación:

Este proceso no debe estar nunca basado en la exposición para una posterior memorización y, menos aún, en los primeros niveles.

3. ETAPAS DE MIALARET PARA EL APRENDIZAJE DE OPERACIONES ARITMÉTICAS.

Mialaret propone seis etapas diferentes para pasar de la acción concreta a los conceptos matemáticos. Entiende que las Matemáticas tienen un lenguaje propio, muy depurado y, por tanto, las seis etapas intentan conducir al alumnado desde el aspecto natural al formal. También defiende que las Matemáticas ayudan a formar hábitos de razonamiento, lo que implica que la persona que está haciendo Matemáticas sea consciente de los procesos que está llevando a cabo.

Observación: Estas etapas están ideadas para el aprendizaje de las operaciones aritméticas.

- **Acción real con recuperación:** “La acción u operación manual siempre debe preceder a la operación aritmética o concepto”.

Observaciones:

- No puede haber pensamiento sin acción previa o una situación real que implique manipulación.
- Precaución en no caer en el activismo por activismo.
- El aprendizaje comienza cuando la actividad provoca un pensamiento relacionado con lo que queremos que se aprenda.

- **Acción acompañada del lenguaje:** “Las actividades no sólo hay que realizarlas, también hay que verbalizarlas”.

Observaciones:



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

- Considera el lenguaje como elemento básico para el aprendizaje.
 - El lenguaje ayuda a interiorizar conceptos, permite profundizar y adquirir conocimientos que pueden pasar desapercibidos (semejanzas, recordando situaciones parecidas...), ayuda a organizar e interiorizar todos nuestros pensamientos.
- **Conducta del Relato:** “Verbalizar la actividad pero sin la referencia concreta de la manipulación”.

Observaciones:

- Consiste en relatar lo que se ha hecho, pero sin hacerlo, porque así se interiorizan las ideas.
- Corresponde al principio de Dienes, en el que se expresan las acciones en un lenguaje normal.
- Al contar algo depuramos el lenguaje, somos más rigurosos en la expresión y es más comprensible lo que comunicamos.
- La depuración del lenguaje es sólo posible cuando se entiende y comprende lo que se ha hecho.

⌚① **Acción con objeto simple:** “Repartir las etapas anteriores con material didáctico”.

Observación: prescindimos de esta etapa porque no siempre se puede partir de la realidad. El material didáctico suple a la propia realidad; por esta razón, prescindimos de esta etapa.

⌚① **Traducción gráfica.** Se cuentan las experiencias utilizando lápiz y papel, representando lo hecho gráficamente.

Observaciones:

- Consiste en traducir la palabra a una representación gráfica. Requiere cierto grado de abstracción.
- La representación gráfica ayuda a ver semejanzas, establecer relaciones, observar características...
- Para realizar representaciones gráficas es necesario tener clara la idea básica que queremos representar.

Consideración metodológica:



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

- El gráfico es sencillo y económico: agiliza y condensa una gran cantidad de comunicación. Actualmente, la información es poder y quien no sabe decodificar un gráfico es una persona desinformada.

↗ ① **Traducción simbólica:** “Consiste en la expresión de la acción concreta mediante símbolos matemáticos”.

Observaciones:

- Todos los símbolos matemáticos básicos tienen utilidad práctica. Es un lenguaje abstracto pero no vacío de significado.
- Para que se comprenda el lenguaje matemático se tiene, necesariamente, que comprender lo que se representa.
- El lenguaje depurado, la traducción simbólica, se aplicará, a su vez, a nuevas situaciones y de ahí, surgirán conocimientos (no nos encontramos ante un proceso cerrado, sino que se generan nuevas necesidades, nuevos lenguajes...).

Conclusión final: en la enseñanza de las Matemáticas hay que tener en cuenta: la relación matemática-realidad y el lenguaje.

4. FASES DEL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS DE VAN HIELE.

1ª Fase: **Discernimiento o información.** Se presentan al alumnado situaciones de aprendizaje, dando el vocabulario y las observaciones necesarias para el trabajo. Los estudiantes se familiarizan con el material propuesto.

Observación: en esta fase de juego libre, el profesorado puede observar las ideas previas; detectar el nivel de conocimiento y propiciar que el alumnado se acomode al tipo de actividad que se va a realizar.

2ª Fase: **Orientación dirigida.** El profesor propone una secuencia graduada de actividades a realizar y explorar. La ejecución y la reflexión, propuesta y guiada por el profesor, servirán de motor para suscitar el avance en los niveles de conocimiento.

Observación: Las actividades que se programan tienen un fin: están dirigidas hacia los conceptos que se quieren introducir; evidencian el concepto a estudiar. (Ej.: con los cuatro triángulos formamos un cuadrado; obtenemos figuras concretas).



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

3ª Fase: **Explicitación**. Los estudiantes, una vez realizadas las experiencias, expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase, el estudiante estructurará el sistema de relaciones exploradas.

Observaciones:

- Mialaret después de la acción concede mucha importancia al lenguaje.
- A partir de diferentes actividades se establecen relaciones entre las mismas: semejanzas y diferencias; con la discusión y el diálogo se evidencian los logros y las carencias.
- Cuando verbalizamos el pensamiento llevamos a cabo una estructuración de los sistemas en la mente. Nos vemos en la necesidad de reordenar las ideas para llegar a ser comprendidos a través del lenguaje. Es una forma de interiorizar los conocimientos.

4ª Fase: **Orientación libre**. Con los conocimientos adquiridos, los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones distintas de las presentadas, pero con estructura comparable.

Observaciones.

- En la fase anterior se han establecido relaciones. Planteamos otras situaciones para comprobar si las relaciones y conocimientos los aplica a otras situaciones. (Ej.: el alumnado sabe multiplicar y le proponemos un problema donde tiene que aplicar esta operación aritmética; observamos si lo resuelve a través de una multiplicación o bien mediante una suma. De igual forma le planteamos un problema donde tiene que hallar el área de un rectángulo (en papel cuadriculado). Tendremos en cuenta si no utiliza la fórmula ($b \times a$) y cuenta los cuadros; es evidente que no utiliza el procedimiento que persigue la actividad).

5ª Fase: **Integración**. Los objetos y las relaciones son unificados e interiorizados en su sistema mental de conocimientos, adquiriendo, así, una visión general.

Observación: se establece la definición, las variables que definen el concepto...

Consideración metodológica.

- Los conceptos geométricos encierran diferentes conceptos:
 - Ideas propias al observarlo.
 - Cuando observamos el entorno aparecen figuras.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 27 – FEBRERO DE 2010

- Al establecer relaciones métricas: el área se relaciona con la medida de los lados...
- Al establecer relaciones entre propiedades: ángulo y paralelismo de los lados...
- Capacidad de describir, oralmente, la figura para hacernos una configuración mental.

PRINCIPIOS DIDÁCTICOS

Los siguientes principios rigen el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y se derivan de la práctica pedagógica:

a) Afectividad:

Ambiente relajado y cálido, en el que el alumnado se sienta aceptado y seguro.

Uso del refuerzo positivo, de la valoración del trabajo de cada uno de los niños.

Procurar la colaboración y no la competencia y aceptando a cada niño y niña con sus cualidades y carencias

Propiciar que cada alumno y alumna, a su vez, acepte y respete a los demás.

b) Relación con la familia:

Procurar que los padres colaboren en algunas actividades

Relación cordial y fluida a través de la programación de la acción tutorial.

c) Individualización:

Contenidos y actividades de ampliación y de refuerzo.

Adaptación curricular individualizada.

d) Socialización:

Actividades que propicien interacción y situaciones de juego entre el alumnado.

e) Motivación:

Crear un clima afectivo en el aula

Actividades lúdicas

Adaptarse al nivel de desarrollo del alumnado

Suscitar su curiosidad



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 27 – FEBRERO DE 2010

Procurar la actividad y la participación de todos.

Además, en el tratamiento didáctico de las Matemáticas es preciso tener en cuenta los siguientes aspectos:

1. Partir siempre de la **experiencia concreta**, desde la inducción a la deducción.
2. Conectar los aprendizajes con situaciones de la **vida real**.
3. Relacionar el área de Matemáticas con las demás áreas.
4. Procurar una **actitud favorable** hacia el aprendizaje de las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

Dienes, Z. P. (1970): *La construcción de las Matemáticas*. Barcelona: Vicens-Vives.

Dienes, Z. P. (1977): *Las seis etapas en el aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona: Teide.

Mialaret, G. (1986): *Las Matemáticas. Cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid: Visor. 2da. Ed.

Autoría

- Nombre y Apellidos: **Gardenia Tirado Díaz**
- Centro, localidad, provincia: **CEIP Gibraltar, La Línea de la Concepción (CÁDIZ)**
- E-mail: **gardeti8@hotmail.com**