



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 – MARZO DE 2010

“LA COMPRENSIÓN LECTORA DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS”

AUTORÍA ÁLVARO DÍAZ ORTIZ
TEMÁTICA MATEMÁTICAS
ETAPA PRIMARIA

Resumen

Quiero centrarme en la importancia que tiene la comprensión lectora para la resolución de problemas matemáticos, ya que en la práctica educativa diaria suelen estar disociados o no se les presta la suficiente importancia.

Podemos encontrar en numerosas ocasiones en las que la verdadera dificultad no se centra tanto en lo puramente matemático, esto es, el razonamiento matemático, lógico, aplicación de operaciones... como las dificultades que encuentra el alumno para entender el enunciado verbal del problema. Desde este punto de partida voy a intentar ofrecer al profesorado, una selección de recursos para facilitarle su labor en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas, centrándonos en el apartado de comprensión del enunciado.

Palabras clave

Comprensión, matemáticas, resolución de problemas, factores influyentes, educación primaria.

1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE EL D. C. B.-

Desde el Diseño Curricular Base, se trabaja el área de la resolución de problemas matemáticos aritméticos, desde dos niveles: la Educación Primaria (3º, 4º, 5º, 6º) y de la Educación Secundaria Obligatoria (1º y 2º).

1.1. Desde la educación Primaria.-



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

Teniendo en cuenta el Diseño Curricular Base, debemos considerar los siguientes aspectos, incluyendo solo aquellos que hacen referencia explícita a la resolución de problemas.

Objetivos generales: al finalizar la Educación Primaria los alumnos habrán desarrollado la capacidad:

- Identificar en su vida cotidiana situaciones y problema para cuyo tratamiento se requieren operaciones elementales de cálculo (suma, resta, multiplicación y división).
- Comprender y producir mensajes e informaciones relativas a la situación y posición de objetos en el espacio, así como definir de forma precisa la propia situación y la de los objetos.

Desde este documento, queremos destacar el ambivalente papel que juega la resolución de problemas en el currículo escolar. Es en el apartado de Orientaciones Específicas donde se recoge un apartado referido a la resolución de problemas.

En lo que se refiere a la comprensión de enunciados de tipo aritmético, podemos incluirlos en el Bloque de contenidos: Números y Operaciones “Significados y estrategias.

1. Hechos, Conceptos y Principios.

1. Necesidad y funciones: contar, medir, ordenar, codificar informaciones, etc.
2. Relaciones entre números (mayor que, menor que, igual a, diferente de, etc.
3. Correspondencias entre el lenguaje verbal.

2. Procedimientos.

1. Elaboración y utilización de códigos numéricos y alfa numéricos.
2. Utilización de diferentes estrategias para resolver problemas numéricos y operatorios.

3. Actitudes, valores y normas.

1. Sensibilidad e interés por las informaciones y mensajes de naturaleza numérica apreciando la utilidad de los números en la vida cotidiana.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

2. Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a un problema.

1. 2. Desde la Educación Secundaria Obligatoria.-

En lo que respecta a la E. S. O. recogemos los siguientes aspectos:

Objetivos generales:

- Incorporar al lenguaje y modo de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemáticas.
- Identificar los elementos matemáticos presentes en las noticias, opiniones, publicidad, etc. Analizando críticamente las funciones que desempeña y sus aportaciones para una mejor comprensión de los mensajes.
- Mostrar aptitudes propias de la actividad matemática.
- Elaborar estrategias personales para la resolución de problemas matemáticos sencillos y de problemas cotidianos, utilizando distintos recursos y analizando la coherencia de los resultados para mejorarlos si fuera necesario.

Dentro del apartado Bloque de Contenidos, podemos incluir la resolución de problemas en el mismo que en Educación Primaria: Números y Operaciones “Significado, Estrategias y Simbolización”, aunque tampoco viene recogido de una forma explícita:

- Hechos, conceptos y principios.-
 - i. Números naturales, enteros, decimales y fraccionarios.
 - ii. Las operaciones.
 - iii. Estrategias generales.
 - Detección de problemas numéricos, diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer.
 - Reducción de problemas numéricos a otros más sencillos para facilitar la comprensión y solución del mismo.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

- Actitudes, valores y normas.
 - i. Incorporación del lenguaje numérico, del cálculo y de la estimación de cantidades a la forma de proceder habituales en la vida cotidiana
 - ii. Confianza en las propias capacidades para afrontar los problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas.
 - iii. Tenacidad y perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas numéricos.

Por lo tanto, si consideramos la resolución de problemas matemáticos como un contenido específico a trabajar, debemos mostrar a nuestros alumnos los pasos o fases generales en los que se descompone dicho proceso.

2. Fases en la resolución del problema.-

Todos los autores coinciden en que la resolución de problemas se ejecuta en una serie de fases. Polya distingue entre las siguientes fases: Planificación, Ejecución y Revisión. Mayer, por otro lado, distingue entre: Traducción, Integración de datos, Planificación y Ejecución. Maza concluye con las siguientes fases: Análisis de problemas, Representación del problema, Planificación, Ejecución y Generalización. Los autores siempre recogen una primera fase que es la comprensión. Como conclusión podemos afirmar que existe una primera fase necesaria para la ejecución de problemas matemáticos, esto es, la comprensión del enunciado verbal del problema.

2. 1. Conocimientos necesarios para la resolución de problemas.-

Partimos de la concepción de que la lectura y comprensión del texto forman parte de la educación general del individuo. En el texto matemático, el lenguaje es más condensado, cada palabra es fundamental para su comprensión completa, y su lectura no es lineal, puesto que suelen aparecer exponentes, subíndices, paréntesis, etc....

Una de las formas de abordar este aprendizaje, según Prada (1984-85) es comentar textos matemáticos, para lo cual, previamente hay que:

- Leer despacio, releer y buscar la interrelación entre los conceptos expresados en el texto.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 – MARZO DE 2010

- Aprender el significado matemático de las palabras del vocabulario matemático, extraídas del lenguaje ordinario.
- Ajustar el movimiento de los ojos al desarrollo del texto, ya que el lenguaje matemático no es lineal. La reorganización de la representación original del problema es más fácil de hacer cuando la estructura semántica no impida una secuencia temporal que cuando se produce tal secuencia de eventos descritos en el problema.

Sería necesario que los alumnos recibiesen más enseñanza en destrezas de representación de problemas como objeto de obtener una adecuada comprensión del mismo.

3 ¿Qué enseñar para comprender el enunciado de un problema?-

En este punto, queremos describir qué estrategias lectoras debe enseñar el profesor para facilitar al alumno la lectura de los enunciados de los problemas. La comprensión del enunciado del problema aritmético, requiere una estrategia más precisas, acordes con las dificultades que presentan este tipo de texto.

Los factores más influyentes en la comprensión del enunciado de un problema, a partir de las investigaciones que existen, se han resumido cuáles son las dificultades que suele encontrar el alumno al leer un problema, las cuales, van a influir en la comprensión lectora del mismo y en su resolución. Hemos propuesto diferentes estrategias de intervención que puede utilizar el profesor ante los problemas de matemáticas propuestos en clase. Éstas estrategias son: activación de los conocimientos previos, adquisición de los conocimientos, identificación de los datos, discriminación de los datos necesarios de los no necesarios, identificación de la /s incógnita /s, representación del enunciado de diferentes formas, identificación y formulación en orden cronológico de las acciones que se acontecen en el enunciado del problema, detección de palabras clave y aplicación del enunciado a la vida cotidiana del alumno.

Una vez dada respuesta a la cuestión sobre qué enseñar, nos adentraremos en como enseñar lo que nos proponemos.

3. 1. Factores influyentes y estrategias de intervención.-



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

Factores influyentes	Estrategias
Falta de conocimiento	<ul style="list-style-type: none"> • Activación de los conocimientos previos. • Adquisición de conocimiento.
La colocación de los datos en el problema.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de los datos. • Discriminación de los datos necesarios.
El lugar de la incógnita.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de la incógnita. • Señalización de las incógnitas que presenta el problema (de forma directa o indirecta).
Poca claridad en la formulación del problema.	<ul style="list-style-type: none"> • Reformulación del enunciado. • Representación del enunciado del enunciado en diferentes formas.
Presentación de la secuencia temporal.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación del orden en que se llevan a cabo las acciones: Pasado- Presente- Futuro. • Descripción en orden cronológico de cómo se desarrollan los acontecimientos del problema.
Uso de pronombres.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de los pronombres. • Sustitución de los pronombres por la persona a la que sustituyen.
Uso de las “palabras clave” de forma aislada en el problema.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de las palabras clave. • Discriminación de su función en el enunciado (nos puede facilitar o dificultar la comprensión semántica).
	<ul style="list-style-type: none"> • Sustitución de números



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

<p>Tamaño de los números: Unos números muy grandes, por ejemplo, pueden dificultar la comprensión del enunciado (el niño estará más preocupado en cómo operar con esos números que en la comprensión del enunciado).</p>	<p>complejos por otros más sencillos.</p>
<p>Falta de motivación y/o desvinculación del contexto del problema a la vida diaria.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación del enunciado del problema a la vida cotidiana del alumno. • Activación de otros problemas matemáticos de la vida diaria del alumno.

4. ¿Cómo enseñar?-

La dificultad que engendra la enseñanza de las matemáticas podemos atribuirla tanto a las características que envuelven dicha materia como a una enseñanza defectuosa.

4.1. El papel del profesor.

Hemos considerado pertinente recoger las diferentes tareas que tiene que llevar a cabo el profesor de matemáticas con objeto de tener un marco general de referencia sobre la complejidad de su acción docente:

- Posibilitar que cada alumno desarrolle la comprensión y destrezas matemáticas exigidas.
- Proporcionar al alumno las matemáticas necesarias para el estudio de otras asignaturas.
- Desarrolla en los alumnos el gusto por las matemáticas mismas.
- Potenciar las matemáticas como un poderoso medio de comunicación.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 – MARZO DE 2010

Podemos destacar el papel que juega el profesor de matemáticas como una variable muy influyente en el rendimiento aritmético de los alumnos. Al hablar de rendimiento aritmético estamos incluyendo la resolución de problemas de enunciado verbal. Si el profesor mantiene relaciones satisfactorias en la situación enseñanza- aprendizaje con el alumno, este mantendrá una visión mas abierta al aprendizaje de dicha área matemática y podrá centrar más su atención sobre donde comete los errores respetando los tiempos de aprendizaje de los alumnos, utilizando el error como una estrategia de aprendizaje, motivando la participación de alumnos, fomentando la creatividad en estrategias de solución de problemas.

Otro aspecto es el concepto de “preparación para la aritmética”, entendiéndolo como: “la suma total de experiencias del alumno le permite aplicar rápidamente un nuevo principio o proceso a la resolución de un problema”.

La resolución de problemas, el profesor debería tener presente que el alumno puede encontrarse ante la dificultad para desarrollar nuevos conceptos abstractos, la comprensión de las ideas abstractas...; dificultades que puede tener la lectura como consecuencia de no estar lo suficientemente preparado. Para que se produzca en el alumno un desarrollo continuo y adecuado en todos los aspectos de la aritmética, es necesario que el profesor reconozca la fase de preparación de cada alumno ante las nuevas experiencias matemáticas.

Vamos a sintetizar algunos puntos que el profesor debe tener presente a la hora de enseñar al alumno cómo se lee un enunciado de un problema verbal.

FACTORES RELEVANTES EN LA ENSEÑANZA DE LA COMPRESION DE PROBLEMAS DE ENUNCIADO VERBAL.	
Importancia de la motivación en el alumno.	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento de los problemas desde las situaciones concretas. • Problemas prácticos y reales para los alumnos. • Integración de la realidad circundante de la vida de los alumnos



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

	<p>con los problemas propuestos en clase.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Importancia de la resolución de problemas por parte de los alumnos.
Papel activo del alumno	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender a reformular el problema que se plantea. • Detectar las ideas, palabras, relaciones de hechos...que no comprende. • Proponer estrategias de comprensión.
Vivencia del éxito	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas que puedan resolver el alumno por sí mismo, junto con problemas que deba resolver en equipo. • A veces el problema está mal expresado o planteado. Detecta esta situación.

4.3 .Estrategias de trabajo en la resolución de problemas de enunciado verbal.-

Describimos algunos métodos de trabajo que el profesor puede llevar a cabo en su clase, con el doble objetivo de: a) enseñar al alumno a leer los enunciados, b) conseguir una actitud motivante.

Grupos de trabajo.-

Una de las técnicas que proponemos para la enseñanza de la lectura y resolución de los problemas matemáticos consiste en el trabajo cooperativo y en el agrupamiento (Thomas y Crescimbeni, 1970).

El profesor puede crear grupos de trabajo. La formación de esos grupos depende de cómo prefiere organizarlo el profesor, pudiendo hacer la separación entre alumnos rápidos y alumnos lentos,



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 – MARZO DE 2010

los denominados grupos homogéneos, o bien, grupos heterogéneos, donde los alumnos mas aventajados pueden ayudar a los que mas dificultades muestran siguiendo unas determinadas pautas.

Algunos aspectos que debemos tener en cuenta ante la formación de grupos de trabajo son las siguientes:

- Los alumnos deben trabajar en grupos pequeños, con objeto de hacerse oír y poder intervenir “los profesores utilizan la enseñanza en pequeños grupos para promover una interacción más eficaz entre profesor y alumno para aumentar la atención de estos durante las clases”.
- Los grupos homogéneos facilitan el que los alumnos practique la resolución y análisis de los problemas planteados desde un mismo nivel de madurez aritmética, imprescindible para que puedan ir adquiriendo nuevos conceptos matemáticos y comprender enunciados de problemas cada vez más complejos.
- Los grupos de trabajo han de ser flexibles, es decir, el profesor puede iniciar la formación de tales grupos divididos en niveles de rendimiento y posteriormente crear grupos heterogéneos. Tiene la ventaja de que los propios alumnos evalúen sus capacidades matemáticas.
- Aceptación de diferentes métodos para la resolución de problemas. Si el alumnado ha sido capaz de comprender el enunciado, ha sabido entender el problema y solucionarlo, debería dársele por buena la solución. Además, si el profesor se esfuerza en que el alumno utilice un método diferente al suyo, puede caer en el error siguiente: ese alumno, va a aplicar el método utilizado por el profesor sin un pensamiento matemático que lo respalde. Es preferible que al alumno le enseñemos otro métodos pero desde la premisa de que estos siempre tengan un significado para él, nunca desde la imposición.

Trabajo individual.-

Esta metodología hace referencia al trabajo llevado a cabo por el alumno de forma aislada. En toda área existe una parte individual, la cual, solo puede llevar a cabo el sujeto.

El alumno lee el enunciado que se plantea. La interacción con los otros compañeros y el profesor le puede ayudar a detectar donde puede tener los problemas de comprensión a su vez que pueden aprender diferentes estrategias para completar su comprensión.

Exposición del profesor.-



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

Mantiene el mismo nivel de importancia que el individual. El profesor adopta un papel muy activo, mientras él es el centro de atención, explicando su exposición, el alumno debe estar atento intentando comprender lo que el profesor dice.

Este método, conocido como método expositivo, influirá de forma positiva en los alumnos, sin embargo esto no equilibra la actitud pasiva y exclusivamente receptiva que juega el alumno en este método. Para contrarrestar ese desequilibrio, el profesor puede acompañar la exposición teórica con otras técnicas que intentan mantener el papel activo del alumno así como su atención.

Modelado.

Implica leer un texto en voz alta ante los alumnos, interrumpiendo la lectura cuando existe algo que no se entiende. El objetivo de esta fase es hacer visible y concretar los procesos de pensamiento que normalmente se producen de forma encubierta en la lectura. Conlleva la aplicación de una serie de pasos: a) expresar en forma de pregunta el fallo; b) expresar el problema detectado como ejemplo de una categoría general de problemas; c) Sugerir un procedimiento para remediar el fallo y justificarse uso; d) aplicar el procedimiento exteriorizando el enunciado que lleva a la solución del problema.

El método propuesto por Barman (1995), el empleado en la aplicación de estrategias de lectura del Programa “Comprender y Aprender en el Aula”. Esta metodología se utiliza también se utiliza en las actividades de la unidad referida a la resolución de problemas:

- El profesor explica qué es lo que van a aprender los alumnos, para qué les sirve y en que consiste.
- Después, el profesor selecciona un problema de matemáticas, mientras lo lee, aplica paulatinamente y en voz alta, que problemas de comprensión se encuentra a la vez que los solventa mediante la selección de estrategias de comprensión lectora.
- Es el momento de que el alumno empiece a aplicar lo que se le ha explicado y ejemplificado pero con la ayuda del profesor. El alumno lleva a cabo las actividades propuestas en la unidad de forma individual.
- Se espera a que el alumno sea capaz de aplicar de forma individual lo que ha aprendido en la unidad. El alumno debe aplicar lo aprendido a la resolución de problemas durante su clase de matemáticas y en su vida cotidiana.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

Aprendizaje por ordenador.-

En este punto describimos de forma muy específica como el ordenador, a modo de herramienta instruccional, puede favorecer la comprensión de los enunciados en los alumnos así como la mejora en la resolución ejecución de la situación- problema planteado.

Se recoge la resolución de problemas en cinco fases: entender el problema, planificar un plan de resolución, organizar los datos y el plan de resolución, ponerlo en marcha y evaluar el proceso y resultado del problema.

Los resultados de este trabajo demuestran, no solo una mejora en el rendimiento de los alumnos en el aprendizaje de la proporcionalidad y la resolución de problemas, sino también, un cambio perceptual en el empleo y utilización del ordenador como una herramienta de trabajo

5. La representación del problema matemático.-

La psicología cognitiva ha contribuido muy poco en explicar las diferencias entre saber, pensar y recordar, es decir, como la mente se conecta con el mundo que representa.

5. 1. La importancia de la representación.-

Para poder definir que entendemos por representación debemos diferenciar entre medios de representación, imagen con la que representamos y el contenido de la representación. “La noción de representación debiera cubrir cosas tan distintas como imágenes externas, modelos, enunciados y estados mentales, todas ellas comparten un rasgo esencial. No son meros objetos en si mismos, sino que, en su capacidad representacional, evocan siempre otra cosa”. Cuando el contenido es el enunciado escrito de un problema matemático, si nos preguntan qué tenemos delante podemos decir, sin vacilar, que es una representación. Sin embargo, si nos preguntan dónde está la situación problema podemos encontrarnos ante una situación confusa y contestar que el problema sólo se encuentra en la imagen mental creada a partir del texto, es decir, sólo es una representación.

Vamos a considerar como representación la imagen que el sujeto se forma del contenido, es decir, la imagen que el sujeto crea a partir del texto escrito. A esa representación que el sujeto hace de algo, la denominaremos, a su vez, modelo. Si en un problema de sumas se le pidieran que hiciera una interpretación de los elementos, debería realizar una interpretación del texto escrito para,



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

posteriormente hacer un modelo análogo o un modelo lingüístico, por ejemplo sustituir cualquier elemento por una letra. De esta manera, el niño, a través del uso de modelos tangibles, puede proyectar estados reales así como estados futuros o deseables. Gracias a la creación de modelos podemos manipular una realidad, comprenderla y modificarla.

De acuerdo con Goodman, remontándonos a 1974 (pp. 27- 31), debemos distinguir entre representar y representar- como, por ejemplo, si nosotros tomamos un cuadro, este representa siempre algo y le da sentido de alguna manera o forma. Si lo llevamos al ámbito que aquí nos ocupa, representar hace referencia al problema escrito y representar como a un esquema del problema, un dibujo... Este punto lo podemos encontrar más desarrollado en el apartado de realización de Inferencias y Mapas Conceptuales

5. 2. La representación del enunciado del problema matemático.-

¿Cómo podemos ayudar a nuestros alumnos a comprender el enunciado que leen? Vamos a describir cuáles son las formas de representación que proponemos para que las desarrolle el alumno en clase con objeto de favorecer su comprensión del enunciado:

- Manipulación: es la forma más primaria de representación. Consiste en que el niño, a través de medios manipulables y táctiles, puede representar lo que se expresa en el enunciado con palabras. El alumno puede partir de esta y posteriormente ir progresando a otras más complejas.
- Dibujo: el dibujo ofrece un apoyo visual de la situación descrita, pudiendo representar tanto los datos que expone el enunciado como la situación presente.
- Presentación teatral del problema: entre los diferentes compañeros deben representar lo que se describe en el enunciado, a través de una selección de personajes que deben interpretar. El papel activo que adquiere el alumno, el trabajo en grupo como la facilidad para representarse una situación que se aborda desde lo auditivo como lo visual. Lo más característico de este tipo de representación es su carácter innovador y motivacional.

Incidimos en que al alumno hay que mostrarle diferentes herramientas con objeto de que él pueda elegir con cuál trabajar, es decir, cuál se acerca más a sus necesidades educativas.

- Reelaboración escrita: es resultado de la aplicación de diferentes estrategias de comprensión lectora del enunciado. Si el alumno es capaz de realizar este tipo de representación, es porque sabe



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28 – MARZO DE 2010

discriminar perfectamente tanto los datos que le dan como los que le faltan así como la incógnita a averiguar:

El último objetivo planteado es doble: primero, mostrar al alumno que la comprensión lectora no es un ámbito respectivo del área de lengua o de literatura, sino que también es necesario y aplicable al área de matemáticas y, segundo, enseñar al alumno diferentes estrategias para facilitar la comprensión del enunciado del problema matemático y, por tanto, acotar su percepción de las posibles fuentes de error en la ejecución del problema. Si no es posible resolver un problema matemático, por lo menos capacitarle para saber donde o por qué puede estar fallando. Detectar si su dificultad estriba en la fase de comprensión del problema, o bien, en la fase de ejecución operativa del mismo.

Bibliografía.-

- CAPÓ, M. (2005): El país de las mates. 100 problemas de ingenio, Volúmenes 1 y 2, El Rompecabezas, Madrid.
- FERNÁNDEZ S. J. Y VELA R. (1991). Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental. Ediciones Síntesis. Madrid.
- HERNÁN F. (1989). Recursos en el aula de matemáticas. Ediciones Síntesis. Madrid.
- NOVAK J. D. (1980) Aprendiendo a aprender. Ed. Martínez Roca. Barcelona.

Autoría

- Nombre y Apellidos: ALVARO DIAZ ORTIZ
- Centro, localidad, provincia: SIN CENTRO
- E-mail: aludior@gmail.com