REVISTA DIGITAL INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

"RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL CON LA CALCULADORA"

AUTORÍA **JUAN JOSÉ MUÑOZ LEÓN**
TEMÁTICA **PROGRAMACIÓN LINEAL**
ETAPA **BACHILLERATO**

Resumen

Este artículo trata de cómo resolver problemas de Programación Lineal haciendo uso de la calculadora gráfica, en este caso la ClassPad 300 de Casio.

Palabras clave

Programación Lineal, matemáticas, calculadora.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de la calculadora gráfica para la resolución de problemas de optimización es un recurso didáctico de gran valor. Lejos de convertirse en una máquina que nos presenta de forma simple y sencilla un resultado, la calculadora, utilizada de forma racional, aporta al alumnado una visión integral de todo el proceso de optimización y fomenta un análisis crítico de los resultados.

2. LA CALCULADORA CLASSPAD 300

La calculadora Casio Classpad 300 presenta una serie de características que la hacen apropiada para la resolución de problemas de optimización. Estas son:

- Es una calculadora gráfica con una pantalla monocromo táctil.
- Resuelve inecuaciones y ecuaciones.
- Representa gráficamente las soluciones de un sistema de inecuaciones.
- Permite evaluar funciones de varias variables.

INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS
REVISTA DIGITAL

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

3. PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal es una técnica matemática que consiste en resolver problemas de optimización. En este artículo nos centraremos en aquellos problemas simples de programación lineal, los que tienen dos variables, problemas bidimensionales.
Los problemas de programación lineal que vamos a resolver con la calculadora tratan de optimizar una función que depende de dos variables sujetas a unas determinadas restricciones.
La función a optimizar se la denomina función objeto y es de la forma:

$$F(x,y) = Ax + By + C$$

Las restricciones vienen dadas por un sistema de inecuaciones lineales de dos incógnitas y es de la forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \leq c_2 \\ \dots \\ a_nx + b_ny \leq c_n \end{cases}$$

La solución de este sistema de inecuaciones lineales es una región en el plano que llamaremos región factible.
Se trata de buscar entre todos esos puntos que forman la región factible, aquel o aquellos que hagan el valor de $F(x,y)$ máximo o mínimo.
En el caso de que el problema presente una única solución óptima, ésta se encuentra en unos de los vértices de la región factible. Si hay infinitas soluciones éstas se localizaran en un lado de la región factible
En la resolución de problemas con el uso de la calculadora los pasos a seguir son:

- Representar gráficamente la región factible.
- Determinar los vértices de la región factible.
- Evaluar la función objeto en los vértices para determinar los máximos o mínimos.

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Para mostrar los pasos a seguir en la resolución de los problemas de optimización, se van a resolver algunos problemas propuestos en la pruebas de Selectividad de la materia de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, en la comunidad autónoma de Andalucía.

Ejemplo1.

REVISTA DIGITAL INNOVACIÓN Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

Problema:

"De las restricciones que deben cumplir las variables x e y en un problema de programación lineal se deduce el siguiente conjunto de inecuaciones:

$$-x+2y\leq 8 \quad x+y\geq 13 \quad 4x+y\leq 49$$

a) Represente gráficamente la región factible.

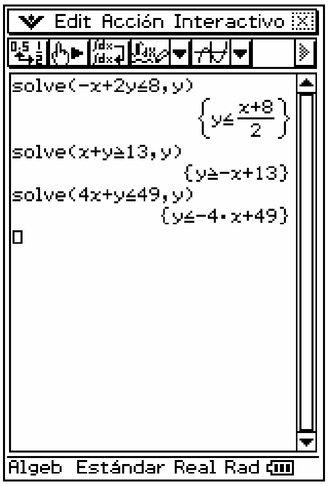
b) Calcule sus vértices.

c) Determine en qué punto la función $F(x,y)=3x-4y+12$ alcanza su valor máximo."

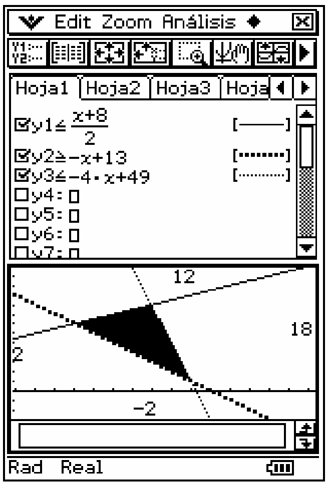
Solución:

a) Representación gráfica de la región factible.

En primer lugar se resuelven las inecuaciones mediante el comando *solve.*

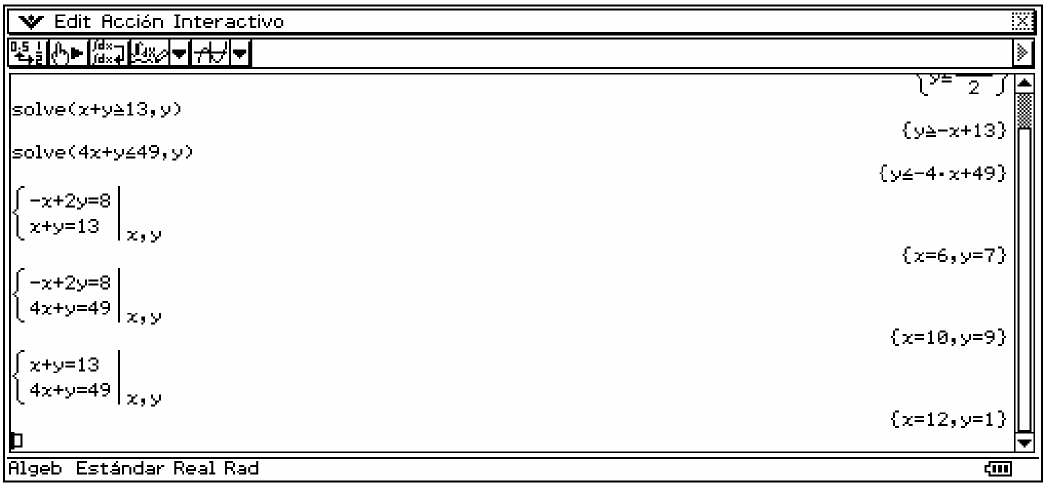


Se representan gráficamente las funciones.



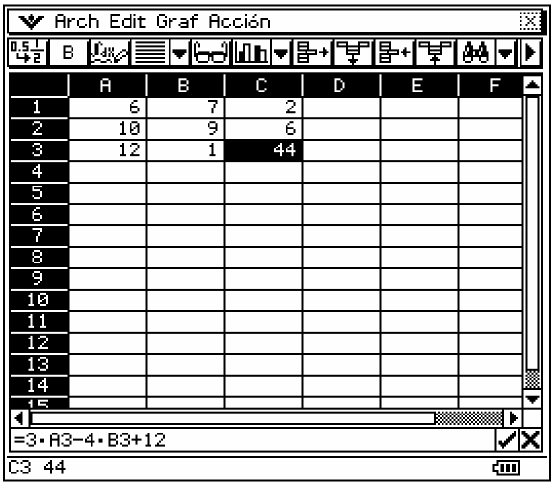
ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

b) Calculo de los vértices.
Se resuelven los sistemas de ecuaciones.



Los vértices son $(6,7)$, $(10,9)$ y $(12,1)$.

c) Determinación del punto de la función $F(x,y)=3x-4y+12$ donde alcanza su valor máximo.
Mediante la hoja de cálculo obtenemos los valores que toma la función en los vértices.



El valor máximo de la función se alcanza en el punto $(12,1)$ tomando un valor de 44.

Ejemplo2.

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

Problema:

"Un joyero fabrica dos modelos de anillos. El modelo A se hace con 1 gramo de oro y 1,5 gramos de plata. El modelo B lleva 1,5 gramos de oro y 1 gramo de plata. El joyero sólo dispone de 750 gramos de cada metal y piensa fabricar, al menos, 150 anillos del tipo B que ya tiene encargados. Sabiendo que el beneficio de un anillo del tipo A es de 50 € y del tipo B es de 70 €, ¿cuántos anillos ha de fabricar de cada tipo para obtener el beneficio máximo y cuál será éste?"

Solución:

Anillos tipo A $\rightarrow x$

Anillos tipo B $\rightarrow y$

Función objeto $F(x, y) = 50x + 70y$

Restricciones:

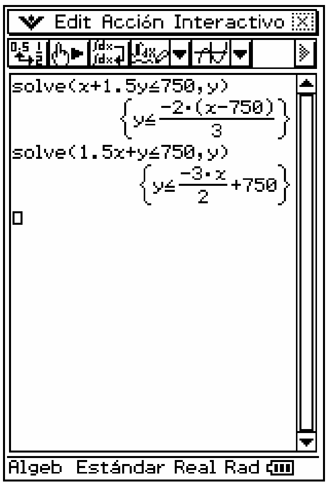
$x + 1.5y \leq 750$

$1.5x + y \leq 750$

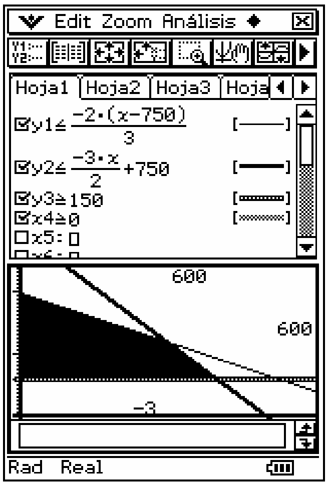
$y \geq 150$

$x \geq 0$

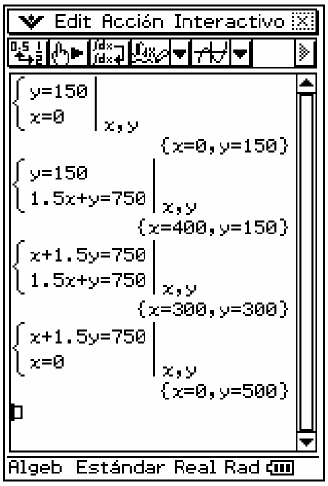
Determinamos la región factible.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

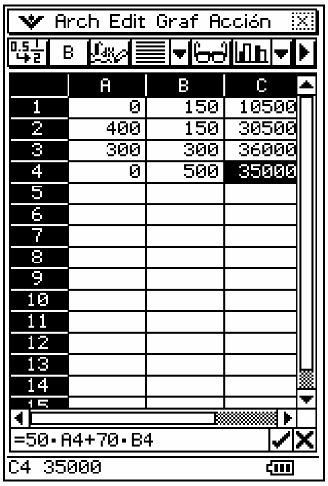


Calculamos los vértices.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010

Al evaluar la función tenemos.



El joyero debe fabricar 300 anillos de cada modelo y obtendrá un beneficio de 36000€.

Ejemplo 3.

Problema:

“El siguiente sistema de inecuaciones determina un recinto:

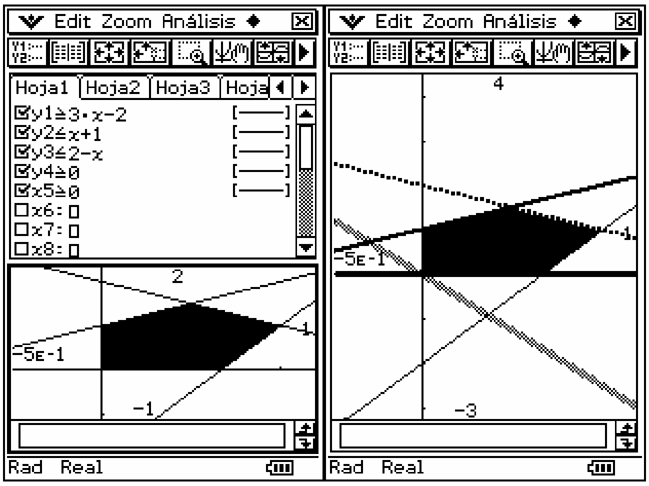
$$\begin{cases} 3x-2\leq y \\ y\leq x+1 \\ x+y\leq 2 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

Calcular los puntos del recinto anterior donde la función F alcanza su máximo y su mínimo y obtener dichos valores para la función objeto $F\left(x,y\right)=5x+2y-10$.”

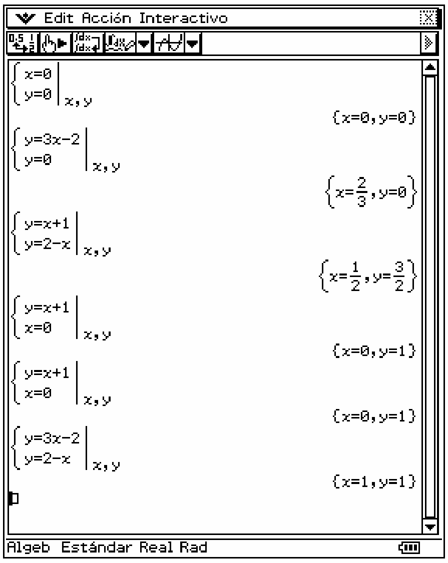
Solución:

Determinamos la región factible y realizamos su representación gráfica junto a la función objeto.

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010



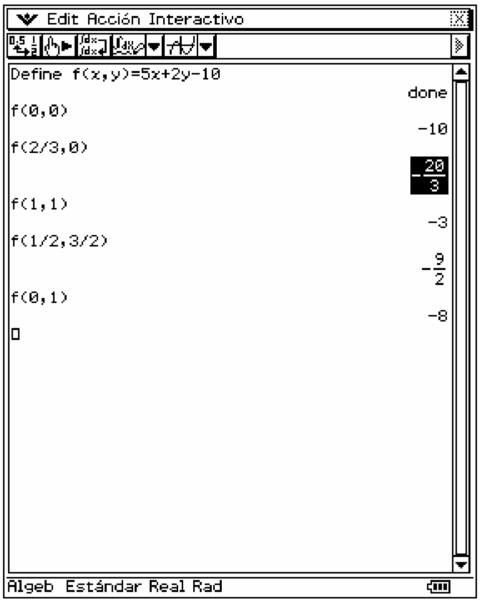
Calculamos los vértices.



Los vértices se encuentran en los puntos (0,0), (2/3,0), (1,1), (1/2,3/2) y (0,1).

Evaluamos la función en los distintos vértices para determinar dónde se alcanzan los máximos y mínimos de la función. En este ejemplo en vez de utilizar una hoja de cálculo se ha definido una función de dos variables y se ha evaluado.

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28 MARZO DE 2010



El máximo se alcanza en el punto (1,1) y tiene un valor de -3.

El mínimo se alcanza en el punto (0,0) y tiene un valor de -10.

5. BIBLIOGRAFÍA

Caro Merchante A. Proyecto Descartes. Unidad didáctica. Extraído el 14 de febrero de 2010 desde http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Programacion_lineal/index.htm#intro.

Manual de la calculadora ClassPad 300. Extraído el 14 de febrero de 2010 desde http://ftp.casio.co.jp/pub/world_manual/classpad/es/CP300ver022_Spa.pdf.

Autoría

- Nombre y Apellidos: Juan José Muñoz León
- Centro, localidad, provincia: I.E.S. Ingeniero Juan de la Cierva, Puente Genil, Córdoba
- E-mail: juanjosematematicas@gmail.com