



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 28– MARZO DE 2010

## “QUINCUNX”

AUTORÍA <b>MARÍA EUGENIA MARTÍNEZ PÉREZ</b>
TEMÁTICA <b>MATEMÁTICAS</b>
ETAPA <b>EDUCACIÓN SECUNDARIA ADULTOS (E.S.A.)</b>

### Resumen

Antiguamente los números parecían ser la clave para entender el Universo, y actualmente todavía tenemos predilección por algunos números que consideramos mágicos:  $\pi$ ,  $\phi$ ,  $e$ ,  $\sqrt{2}$ ,... Pero, ¿qué ocurre con esos números, aparentemente, no tan mágicos?, ¿qué sabes sobre el número cinco?. A través de este artículo veremos como este número está presente en nuestras vidas y forma parte de la ciencia y del arte.

### Palabras clave

Número cinco.

Pentágono regular.

Diagonales de un pentágono.

Simetría.

Estrella de cinco puntas.

Poliedro regular.

Sólido platónico.

Dodecaedro.

### 1. INTRODUCCIÓN:

Los números viven entre nosotros. Nos dicen cuando tenemos que despertarnos y nos avisan si es pronto o tarde para irse a dormir. Nos indican cómo llegar a nuestro destino, decidiendo el autobús o la salida que debemos tomar en la carretera. Sin ellos no podemos llamar por teléfono. También actúan como jueces, tienen la autoridad de valorar los objetos y de comparar la edad de las personas. Los



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28– MARZO DE 2010

oímos por todas partes, en la radio, en la televisión, en clase de matemáticas pueden llegar a agobiarnos, y los profesores de historia no podrían explicar sin ellos. Todas las personas tienen un número que las identifica, e incluso nos gusta tener un número de la suerte. Los números pueden llegar a ser nuestro amuleto o pueden llegar a arruinarnos si confiamos demasiado en alguno de ellos.

Reflexionemos sobre estas cuestiones:

- ¿Cuántas líneas tiene un pentagrama?
- En la religión cristiana, ¿cuántos libros forman el Pentateuco?, y los musulmanes, ¿cuántas veces deben rezar al día?, ¿sobre cuántos pilares se asienta el islam?
- ¿Qué número de comidas recomiendan hacer al día los dietistas?, ¿y cuántas piezas de fruta y verdura debemos comer diariamente?

Quizás estas preguntas no te digan nada, pero la respuesta a todas ellas va a ser el punto de partida para introducir el siguiente artículo.

### 1.1. ¿Qué sabemos sobre el número cinco?:

Posiblemente si planteamos a personas, con algún conocimiento matemático, una lluvia de ideas sobre el cinco, con estas u otras palabras obtendríamos esto:

- La escuela pitagórica (siglo V a.C) clasificaba los números como pares e impares. Los números pares eran considerados femeninos, y los números impares masculinos. Así, para ellos, el número 5 representaba el matrimonio, ya que  $5 = 2 + 3$ , es decir, la suma del primer número femenino con el primer número masculino.
- Los griegos también consideraban el 5 como un número pentagonal, ya que obedece a la fórmula de dichos números:  $\frac{n \cdot (3n - 1)}{2}$
- El 5 es también el valor de la hipotenusa del “triángulo pitagórico” más pequeño, cuyos catetos son 3 y 4.
- El 5 es probablemente el único número impar “intocable”. Es decir, aquellos número que definió el matemático Paul Erdős (1913-1996) los que no resultan como suma de ninguno de los divisores propios de otros números; la secuencia de los números intocables es: 2, 5, 52, 88, 96, 120, etc.
- El 5 es también el menor número automórfico, ya que cuando se multiplica por sí mismo conduce a un producto cuyas cifras de la derecha forman de nuevo el número 5.

## 2. EL CINCO EN GEOMETRÍA:

La figura que mejor representa el número cinco es el **pentágono regular** y lo que obtenemos al trazar sus diagonales. ¿Quieres saber de qué estamos hablando?. Sigue los siguientes pasos:

1º) Traza una circunferencia con el radio que quieras.

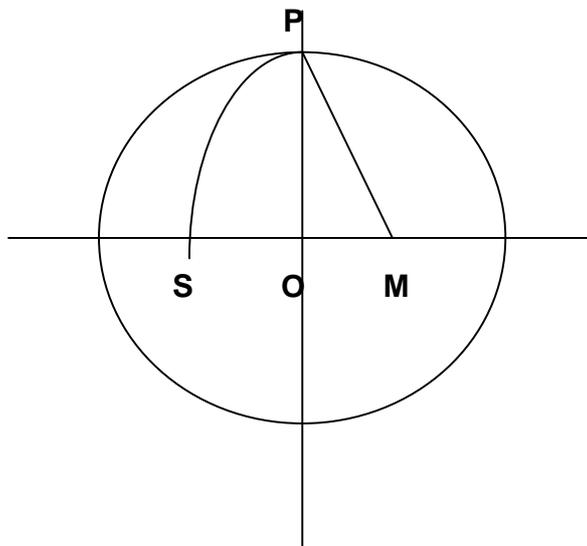
2º) Obtén el punto medio de OB: llámalo M.

3º) Traza un arco de circunferencia de centro M y radio MP hasta obtener el punto S.

4º) Abre el compás con la medida de PS.

5º) Pincha en P y con dicha medida ve marcando la circunferencia inicial. Finalmente une los puntos y obtienes el pentágono regular.

A continuación traza las diagonales...¡se obtiene la conocida estrella de cinco puntas!. Pero, ¿qué observas en el centro de ella?...¡otro pentágono regular!.



Te propongo que investigues un poco más en la estrella y el pentágono:

- Obtén el valor del cociente siguiente:  $\frac{\text{diagonal}}{\text{lado}}$
- Demuestra que la razón de semejanza entre los dos pentágonos vale  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$
- Deduce de este último resultado la razón entre sus áreas.

El pentágono regular estrellado o *pentalfa* era el emblema de la escuela pitagórica (550 a.C), también llamada “pentagrama místico”. La utilizaban para reconocerse unos a otros, y con ella representaban al número cinco. Se cuenta que estando un pitagórico de viaje cayó enfermo y un posadero hizo todo lo posible por cuidarle. A pesar de todos los esfuerzos, la salud del pitagórico no

mejoró. El paciente no disponía dinero y viendo que iba a morir, pidió a su cuidador una tabla en la que dibujó una estrella de cinco puntas. Antes de morir le aseguró que tarde o temprano su buena acción sería recompensada. Pasado el tiempo, pasó por esa misma posada otro miembro de la escuela, y viendo la señal entró y se informó de lo que había pasado. Como muestra de agradecimiento, recompensó generosamente al posadero.

La simetría quintuple en biología es común, como en la estrella de mar y otros invertebrados.

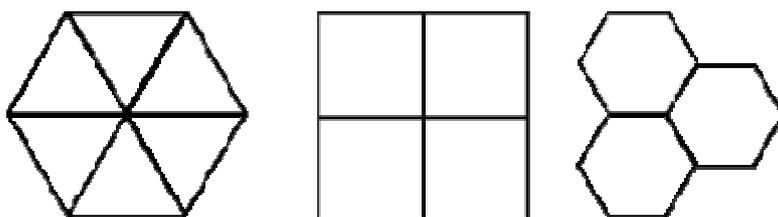
En la edad media (siglo X) la estrella fue adoptada por artesanos medievales y aparecen diseños simétricos en medallas, capas, armas y escudos heráldicos. En el siglo XII fue adoptada por los magos y alquimistas.

Volvamos al pentágono regular y vamos a dar un salto a otra dimensión. Los ángulos interiores de un pentágono regular valen:

$$\frac{(5 - 2) \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$$

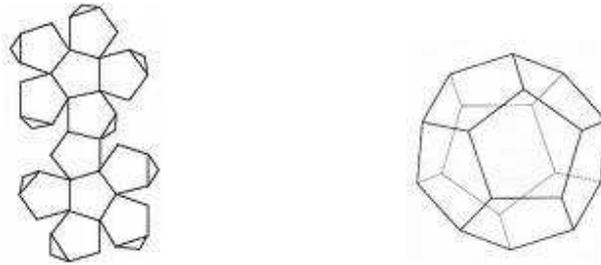
Por mucho que lo intentemos, nunca podremos cubrir el plano, sin dejar huecos ni solaparse, con pentágonos regulares. ¿Recuerdas con qué tres polígonos regulares podemos construir mosaicos regulares?.

Efectivamente, para poder cubrir el plano sin dejar huecos y sin que se solapen las teselas utilizando polígonos regulares, únicamente podemos hacerlo con triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares:



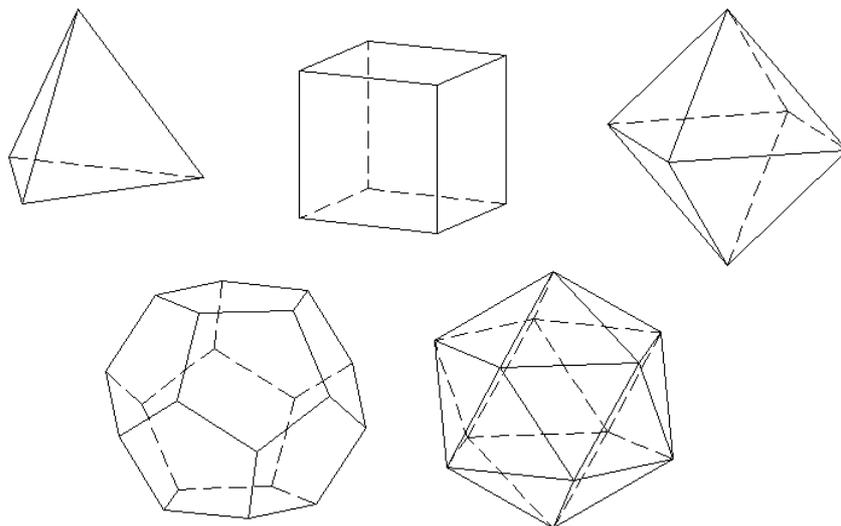
Si no existieran estos mosaicos, ¿cómo jugaríamos al ajedrez o a otros muchos juegos de tablero? ¿cómo construirían las abejas sus panales?

Si en un vértice confluyen tres pentágonos regulares, la suma de sus ángulos es  $108^\circ \cdot 3 = 324^\circ$ , por tanto, dejan un hueco y no cubren todo el plano. La única forma de pegar dos a dos los seis lados que convergen en un vértice es forzar que los pentágonos no estén en un mismo plano. Repitiendo el proceso con 12 pentágonos regulares, obtenemos un sólido platónico llamado **dodecaedro**:



El dodecaedro es uno de los ¡cinco! poliedros regulares, y parece que los griegos lo relacionaban con el orden final de las cosas, el Universo. En el diálogo *Timeo* (Platón; 53a/54b/55d), se puede ver la asociación de los otro cuatro poliedros regulares con los elementos de la Naturaleza:

«A la tierra le atribuimos la figura cúbica, porque la tierra es el [elemento] más difícil de mover, el más tenaz, el de las bases más sólidas, ..., la figura sólida de la pirámide [tetraedro] es el elemento y el germen del fuego; la segunda en orden de nacimiento [octaedro] es el elemento del aire, y la tercera [icosaedro], el del agua».



En resumen, el cinco en geometría está perfectamente representado en el plano por el pentágono regular, y en el espacio por el dodecaedro.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28– MARZO DE 2010

### 3. EL CINCO EN ARTE:

- El polifacético pintor español Salvador Dalí (1904-1989), utiliza el dodecaedro en su obra “La última cena” (1955, National Gallery of Art de Washington). Este cuadro, representa la última cena de Jesús con sus doce apóstoles y el espacio que les rodea está limitado por un dodecaedro. Se aprecia de nuevo la correspondencia que los griegos asignaban a este sólido con el Universo, orden final o Dios. Y la relación entre el número de caras con el número de apóstoles.
- El pintor holandés Nicolaus Neufchatel (1527-1590) también refleja un dodecaedro en el cuadro “Retrato de Johannes Neudörffer y su hijo” (1561, Alte Pinakothek de Munich), donde parece que un padre está enseñando geometría a su hijo ayudado de este cuerpo geométrico.
- En la ermita templaria de San Bartolomé de Ucero en Soria, se puede contemplar un rosetón constituido por cinco pares de corazones entrelazados con un pentágono regular en la parte interior.
- El cinco está presente en la arquitectura, como por ejemplo en la Basílica de San Marcos de Venecia. Tiene planta de cruz griega y presenta cinco cúpulas, al igual que muchas otras obras de la arquitectura bizantina.
- M. C. Escher (1898-1972), artista holandés, también se interesa en sus obras por las figuras planas y los poliedros regulares como muestran estos dos ejemplos:
  - En la litografía “reptiles” de 1943, vemos como un reptil alcanza un dodecaedro, después de haber abandonado un boceto del artista y haberse deslizado por un tratado de zoología y un triángulo. En el sólido, el animal resopla triunfalmente arrojando humo y vuelve a entrar en la hoja de donde salió, saltando desde lo alto de un vaso de metal, transformándose de nuevo en la figura plana que era formando parte de un mosaico generado por hexágonos regulares.
  - En la xilografía “estrellas” de 1948, observamos un pequeño universo creado por el autor formado por cuerpo regulares. En la parte central, hay una estructura formada por tres octaedros en forma de jaula habitada por camaleones. Alrededor hay dodecaedros, dos cubos entrelazados, icosaedros, etc.
- El artista belga Peter Raedschelders (n. 1957) utiliza con frecuencia la simetría de orden 5 en sus obras. Una de sus pasiones es determinar formas interesantes desde el punto de vista matemático para empaquetar pentágonos regulares con peces y serpientes.
- La obra “120-cell” de la matemática y escultora Bathsheba Grossman quizá sugiere algunos aspectos que el filósofo pitagórico Hipaso escribió en un tratado titulado “*el misterio de la esfera de 12 pentágonos*”, como el alojamiento del dodecaedro en una esfera y la belleza de la regularidad.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28– MARZO DE 2010

#### 4. EL CINCO EN LA LITERATURA:

- En la novela “Memorias de una mujer del espacio” (1962) de Naomi Mitchison, se describen los radiales como unas criaturas inteligentes de cinco brazos al estilo de las estrellas de mar. Viven en aldeas compuestas de edificios largos y de baja estatura, decorados con hongos que crecen en disposiciones espirales. Dichas criaturas no piensan en términos de dualidades, sino que poseen un sistema de lógica de cinco valores.
- ¿Y quién no se acuerda de la famosa colección de libros juveniles Los Cinco de la escritora inglesa Enid Blyton?

#### 5. Y para terminar... EL CINCO EN LA VIDA COTIDIANA:

Desde que nacemos y somos pequeños, nuestros padres ayudados del número cinco, nos han intentado dormirnos, a la vez que nos enseñaban los nombres de los dedos de la mano: “cinco lobitos tiene la loba, cinco lobitos detrás de la escoba...”.

El mismo número y la misma mano de cinco dedos también nos informa de cuántas raciones de frutas y verduras debemos comer al día.

En la adolescencia se nos antojaron esas zapatillas que vimos anunciadas y que todos nuestros compañeros de clases llevaban, sin darnos cuenta calzamos nuestros pies siguiendo el emblema pitagórico actualmente todavía.

Si nos quedamos en casa y encendemos la televisión, nos podemos encontrar de nuevo la misteriosa estrella que nos invita a conocer una ciudad, Madrid, bien a través del logotipo de su canal de televisión o bien a través de su bandera.

Cansados de la televisión encendemos la radio y nos encontramos con este mambo de Lou Bega: “Lady's and Gentleman, this is 'Mambo No. 5'”, o quizás suene una canción de Lenny Kravitz de su álbum “five”.

También podemos intentar disfrutar con un juego de tablero, irremediamente aparecerá ese patrón de puntos que implica tanto al 5 como al 1, llamado “*quincunx*”

INNOVACIÓN  
Y  
EXPERIENCIAS  
EDUCATIVAS

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 28– MARZO DE 2010



Y aunque salgamos de casa, el cinco y su estrella siguen acompañándonos hasta cuando vamos a un bar y pedimos algo de beber, varias cervezas emplean el símbolo pitagórico como logotipo.

Y si esto no fuera poco, siempre está el típico amigo que te encuentras al marcharte a tu casa, pensando en las casualidad de los números, que te dice: ¡choca esos cinco!

Si todavía piensas que el número cinco no es importante, dame cinco razones para ello. ¡Ah! Y no te olvides de emplear tus cinco sentidos.

#### BIBLIOGRAFÍA:

- Clifford, A. (2002). *La maravilla de los números. Un viaje por los secretos de las matemáticas, sus desafíos y caprichos*. Barcelona: Robinbook.
- Ernst, B. (1994). *El espejo mágico de M.C.Escher*. Köln: Evergreen.
- Meavilla, V. (2007). *Las matemáticas del arte*. Córdoba: Almuzara.

#### Autoría

- Nombre y Apellidos: María Eugenia Martínez Pérez
- Centro, localidad, provincia: I.E.S. Jaroso, Cuevas del Almanzora, Almería
- E-mail: eumtzpz@hotmail.com