



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 34 – SEPTIEMBRE DE 2010

“COMPETENCIAS BÁSICAS CON GEOGEBRA”

AUTORÍA RAFAEL GONZÁLEZ BÁEZ
TEMÁTICA MATEMÁTICAS
ETAPA ESO

Resumen.

Desde su aparición, Geogebra ha dejado claro ser un recurso útil, asequible y versátil para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Las herramientas que incorpora permiten el desarrollo visual e intuitivo de multitud de conceptos geométricos y algebraicos, favoreciendo que el propio alumno sea el motor de su aprendizaje. Sus ampliaciones sucesivas han permitido extender la gama de sus posibilidades didácticas. Por ejemplo, el uso de la hoja de cálculo adjunta permite interesantes desarrollos aritméticos, analíticos y estadísticos. La posibilidad de utilizar imágenes sobre las que trabajar matemáticamente permite, así mismo, realizar tareas dentro de contextos cercanos y cotidianos para el alumnado. Este tipo de tareas favorecen el desarrollo de muchas de las competencias básicas, no sólo las evidentes competencias matemáticas o digital y de tratamiento de la información o la lingüística para expresar conclusiones y métodos de trabajo. Si trabajamos con el estudio de la construcción de un arco lobulado, estamos desarrollando la competencia cultural y artística. El trabajo con imágenes tomadas de la publicidad nos permite, aparte de crear consumidores críticos con los medios de comunicación, desarrollar la competencia social y ciudadana. Utilizando otras herramientas digitales como Google Maps, es posible situar las tareas en entorno actuales y reales, por ejemplo, noticias tan recientes como la ubicación de un cementerio nuclear según determinadas exigencias, por lo que, aparte de las anteriores, se puede desarrollar la competencia de aprender a aprender o la de autonomía e iniciativa personal. En la comunicación mostraremos algunos ejemplos de estas tareas.

Palabras clave:

Arte.
Geometría.
Trabajar en Competencias
Matemáticas.
TICs.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 34 – SEPTIEMBRE DE 2010

1. INTRODUCCIÓN.

Desde que en 2001 el profesor Markus Hohenwarter obsequiara a la comunidad educativa con su programa Geogebra, muchos somos los profesores que hemos tenido el placer de disfrutar de las capacidades didácticas de ese programa. Bastantes profesores de matemáticas comenzamos hace muchos años a impartir las optativas de Informática y pudimos acceder a las aulas de ordenadores y comenzamos a investigar el uso de las nuevas tecnologías en nuestras clases de matemáticas. Inicialmente, nuestros primeros pasos fueron con programas que pudimos conseguir por los cauces más diversos, pero poco a poco nos vimos cada vez más en la necesidad de trabajar con software libre, especialmente a partir de la creación en Andalucía de los centros TIC con su equipamiento de ordenadores bajo Guadalinux. De esa manera comenzamos a sacarle cada vez más rendimiento a programas de libre acceso como Geogebra. Especialmente una vez que fue incorporado a la dotación educativa de esas aulas TIC.

Los profesores que habíamos trabajado anteriormente con otros programas de Geometría Dinámica como Cabri Geometre II o Regla y Compás, pudimos comprobar la mejoría que significa contar con una ventana algebraica en la que fuesen apareciendo las expresiones analíticas de los objetos que trabajábamos, pudiendo completar los aspectos geométricos con aspectos gráficos, algebraicos y analíticos. Por no hablar de las capacidades a la hora de medir longitudes, áreas o pendientes y resolver con facilidad problemas que sin el apoyo de un amplio y profundo bagaje teórico serían difíciles de abordar.

Los que llegamos a Geogebra en sus primeros años, pudimos encontrar una herramienta potente que permitía, por un lado que el profesor mostrara de una forma muy visual e intuitiva propiedades y demostraciones imposibles de realizar en la pizarra gracias al dinamismo del programa. Este aspecto se ha revalorizado a partir de la introducción, cada vez más corriente, de pizarras digitales en el aula.

Por otro lado, dada la facilidad de manejo, permite que con unas pocas instrucciones, los alumnos enseguida puedan comenzar a realizar construcciones que les permitan investigar propiedades, y deducir resultados lo que permite que sean ellos los constructores de su propio conocimiento. La posibilidad de deshacer en cualquier momento lo hecho y re probar situaciones y enfoques distintos hacen que el alumnado pueda desarrollar sin problemas determinados proyectos que les proponamos.

Pero lo bueno de este programa es que está en constante evolución. Las mejoras no paran de llegar y cada vez nos encontramos con una herramienta más poderosa y más completa. La versatilidad para crear lugares geométricos, o movimientos en el plano, la posibilidad de realizar simulaciones de muchos modelos mecánicos, la potencia de los deslizadores para modificar construcciones y ver la evolución de los objetos construidos, el complemento de la hoja de cálculo interactiva, la ampliación de funciones definidas a temas de Estadística y Azar, y, como veremos especialmente en esta comunicación, la



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 34 – SEPTIEMBRE DE 2010

posibilidad de incluir imágenes y trabajar sobre ellas hace que el programa Geogebra sea un poderoso aliado del profesor de matemáticas.

2. TRABAJANDO EN CONTEXTO.

Todos sabemos la evolución que ha tenido en los últimos años la enseñanza en nuestro país. A partir de los acuerdos de la Comunidad Europea, los informes PISA, y la introducción de los nuevos currículo en la educación, a nadie le resultará raro si hablamos de competencias básicas. Teóricamente, la enseñanza y la evaluación del proceso educativo deben girar respecto a esos elementos. Aunque no sea este el momento para tratar con amplitud el tema, si queremos dejar claro nuestro interés en él, y como llevamos los últimos años intentando enfocar nuestra labor docente en esa línea. Para nosotros, el trabajo en competencias significa desarrollar los contenidos matemáticos relacionados normalmente con un determinado contexto. Por eso, cuando planteamos alguna tarea intentamos, siempre que sea posible, englobarla dentro de una determinada situación más o menos cotidiana, dando mucha importancia a cómo se aplican los conocimientos matemáticos a la resolución de problemas que podemos encontrar en nuestro entorno.

El trabajar con este programa permite además que podamos seleccionar las tareas de forma que se desarrollen distintas competencias básicas complementando la matemática o la digital que serían evidentes en nuestra asignatura al trabajar con programas informáticos.

En esta comunicación vamos a presentar una serie de tareas planteadas a nuestros alumnos para que las resuelvan con la ayuda del Geogebra. Ya hemos comentado que la facilidad de manejo permite que los alumnos puedan resolver esas actividades sin necesidad de profundizar mucho en el manejo del programa.

3. CONSTRUCCIÓN DE UN ARCO ARQUITECTÓNICO.

La competencia cultural y artística puede trabajarse en clase de matemáticas utilizando el programa Geogebra para estudiar obras de arte como cuadros o construcciones arquitectónicas. De esa manera puede estudiarse fácilmente la aparición de la proporción áurea en distintas obras artísticas más o menos conocidas, dividir una obra en partes geoméricamente reconocibles, ver el proceso de realización de una obra arquitectónica o estudiar la generación de mosaicos a partir de los originales.

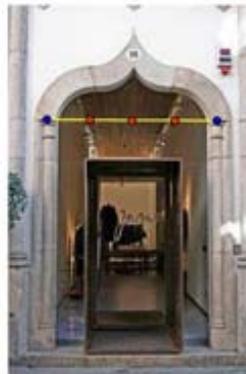
A los alumnos se les puede indicar los pasos que requiere la construcción y pedirles que busquen en Internet alguna imagen sobre la que desarrollar el proceso. Se puede aprovechar para que estudien qué clase de arco es, en qué tipo de construcciones aparecen, de qué época es tradicional y así realizar una actividad interdisciplinar con el Departamento de Sociales.

El ejemplo que planteamos será la construcción de un arco Conopial del que se ha conseguido una foto en Internet. En las imágenes siguientes tenemos el proceso de construcción y el estado final del arco.



ARCO CONUPIAL

Paso 1:
Se divide la base del arco en cuatro partes iguales.



ARCO CONUPIAL

Paso 1:
Se divide la base del arco en cuatro partes iguales.

Paso 2:
Se construye un cuadrado de lado la mitad que la base del arco.



ARCO CONUPIAL

Paso 1:
Se divide la base del arco en cuatro partes iguales.

Paso 2:
Se construye un cuadrado de lado la mitad que la base del arco.

Paso 3:
Los vértices del cuadrado construido son los centros de los arcos que dan lugar al arco conopial.



ARCO CONUPIAL

Paso 1:
Se divide la base del arco en cuatro partes iguales.

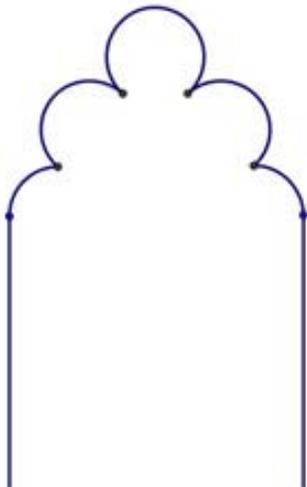
Paso 2:
Se construye un cuadrado de lado la mitad que la base del arco.

Paso 3:
Los vértices del cuadrado construido son los centros de los arcos que dan lugar al arco conopial.

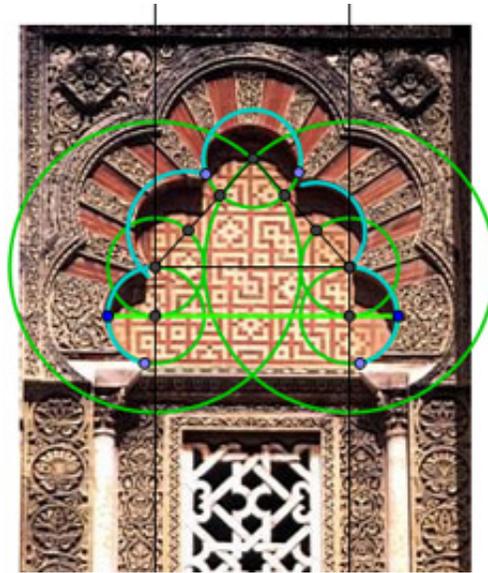
Para la construcción de este arco tan simple, el alumno debe saber cómo dividir un segmento en partes, cómo hallar los puntos en los que cambia la curvatura de los arcos y cómo realizar las uniones. La posibilidad de trabajar con la barra de construcción y de colocar restricciones para que los elementos utilizados en la realización dejen de verse en un determinado paso de la construcción, permite que la visión del arco sea mucho más clara.

También podemos dar instrucciones más complicadas como podemos ver en el arco de la imagen 5, esta vez sin imagen de fondo. En la imagen 6 vemos la misma construcción sobre una imagen de arco. La dificultad en este caso es que, cuando la foto tiene un cierto ángulo de visión, los arcos no se ajustan exactamente al dibujo.

ARCO POLILOBULADO



- Paso 1:**
Se divide la base del arco en seis partes iguales.
- Paso 2:**
Sobre la división 2ª y 5ª se eleva un rectángulo de altura $AB/6$.
- Paso 3:**
Se construye un triángulo isósceles de base el lado del rectángulo y con los lados iguales de medida $AB/2$.
- Paso 4:**
Se dividen los lados iguales en tres partes iguales, dando lugar a los centros y terminaciones de los arcos.



4. PUBLICIDAD ENGAÑOSA.

Entre las habilidades a desarrollar por nuestros alumnos al trabajar la competencia social y ciudadana, encontramos la de ser ciudadanos críticos y reflexivos ante las noticias que aparecen en los medios de comunicación. En concreto, ante el bombardeo publicitario.

Las matemáticas disponen de contenidos tanto conceptuales como procedimentales y actitudinales, que ofrecen unas herramientas inmejorables para afrontar con éxito esas capacidades. Y si añadimos a lo anterior un instrumento como Geogebra, podemos dejar a un lado algoritmos y cálculos engorrosos que sólo enturbian la consecución de nuestro objetivo, y centrarnos más en métodos actuales que permiten resolver de una forma eficaz y productiva el problema al que nos enfrentamos.

INNOVACIÓN
Y
EXPERIENCIAS
EDUCATIVAS

ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 34 – SEPTIEMBRE DE 2010

Fijémonos en el siguiente anuncio.



Podemos preguntar a nuestros alumnos qué mensaje publicitario nos intenta transmitir el anuncio. A continuación, les podemos pedir que demuestren si la imagen que aparece en el spot es matemáticamente correcta, es decir, ¿representa realmente el trozo pequeño el 20% del automóvil?

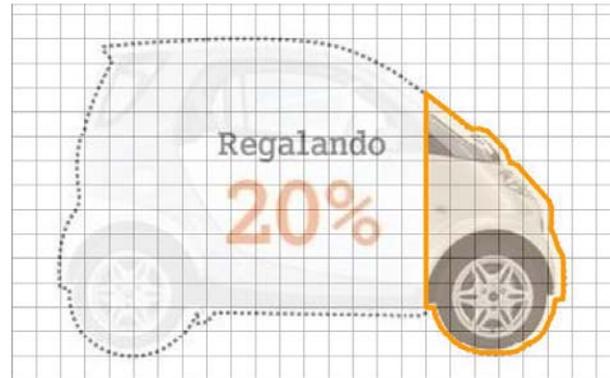
La respuesta puede parecer en principio fácil: calculamos ambas áreas, la del automóvil completo y la del trozo delantero, y comparamos. Pero el problema surge cuando les preguntamos por un método para obtener las áreas. Ellos conocen áreas de polígonos o de cónicas, pero las fórmulas que nos dan las superficies de estas figuras geométricas no nos ayudan a dar respuesta a nuestra pregunta. En el caso de estar en el último año de bachillerato podrían proponernos utilizar el cálculo integral, pero encontrar las funciones cuyas gráficas definen las dos áreas es muy complicado.

Es interesante convocar un concurso de ideas entre el alumnado sobre como realizar ese estudio, pues la originalidad de nuestros alumnos puede llegar a sorprendernos y encontrar procedimientos que no habíamos previsto.

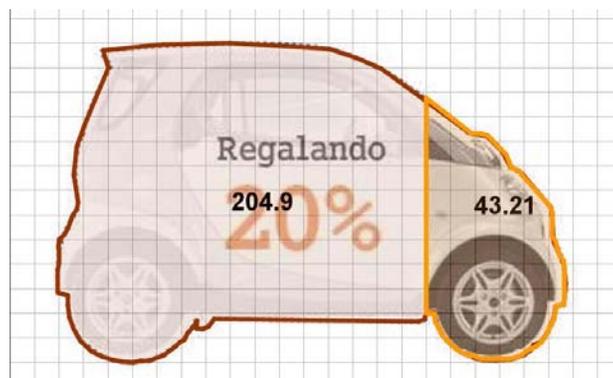
Aquí vamos a ver cómo Geogebra puede ayudarnos a resolver nuestro problema de forma eficaz y elegante. Incrustamos la parte del anuncio que nos interesa en la ventana gráfica de Geogebra.



A continuación dibujamos dos polígonos, uno que rodee completamente la silueta del automóvil, y otro que haga lo mismo con la zona delantera.



Para terminar, basta con que utilicemos la herramienta de Geogebra que calcula el área de una superficie cerrada.



Los valores que obtenemos son 204.9 y 43.21 unidades respectivamente. Si hacemos el 20% de 204.9, nos da como resultado 40.98. Luego no coincide con el valor que hemos obtenido para el área pequeña. Se puede alegar que nuestro cálculo es aproximado, pues los perímetros de los dos polígonos son sólo aproximaciones. Es cierto. Pero si pedimos a nuestros alumnos que cada uno repita el proceso de forma individual, podremos ver, por un lado que no hay dos resultados exactamente iguales, y por otro, que el valor del área pequeña siempre supera al 20% del área total del automóvil.

Geogebra ha dado respuesta a nuestro problema planteado, supera el 20%. ¿El anunciante lo ha hecho de forma consciente? Buena pregunta. Y, ¿por qué a todos no nos ha dado igual? ¿las matemáticas no eran exactas? Otra buena pregunta.

5. ¿DÓNDE PONEMOS EL CEMENTERIO NUCLEAR?

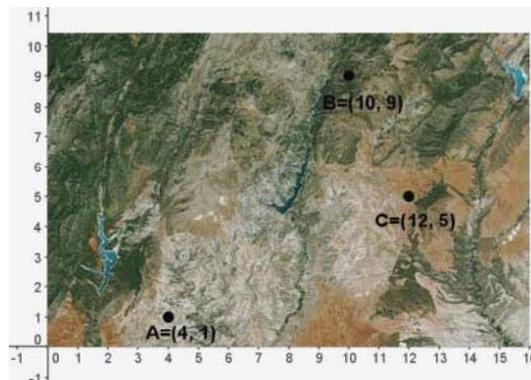
Cuando escribimos este artículo, a principios de 2010, aún está viva la polémica de dónde situar un depósito para residuos nucleares en España. Podemos utilizar una situación como esta, para además de trabajar los lugares geométricos con nuestros alumnos, desarrollar las competencias de ciudadanía y la relacionada con el medio ambiente. Además, como ya ocurrió en el apartado anterior, Geogebra nos permite resolver el problema con facilidad.

Utilizando una imagen de Goolge Maps, podemos plantear el siguiente problema a nuestros alumnos: las autoridades han de tomar la difícil decisión de dónde localizar un cementerio de residuos nucleares. La zona elegida por los técnicos, dadas sus propiedades geológicas, es la que aparece en la siguiente imagen.

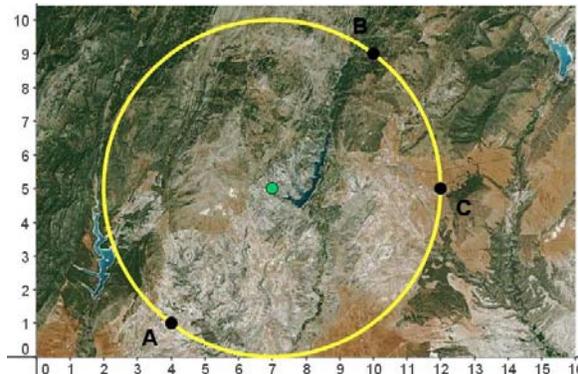


Las dificultades han surgido ante las protestas de las tres poblaciones incluidas en la zona. En la imagen se ve la ubicación de dichas poblaciones señaladas con tres puntos negros. Tras duras negociaciones se ha llegado al acuerdo de situar el cementerio en un punto que esté exactamente a igual distancia de las tres.

Evidentemente lo que buscamos es el centro de la circunferencia que pasa por esos puntos. Insertamos la imagen en la ventana gráfica de Geogebra.



Y utilizamos la herramienta de Geogebra que nos da la circunferencia que pasa por dichos puntos. Por último, con la herramienta Punto Medio o Centro localizamos cuál sería la ubicación adecuada del cementerio, adecuándose a las condiciones que se habían impuesto.





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 34 – SEPTIEMBRE DE 2010

Y, de esa manera obtenemos con facilidad el punto deseado. Ahora podemos ver qué efectivamente está a la misma distancia de las tres poblaciones.

Puede ser también una buena cuestión previa que expliquen como hallarían ellos el punto si trabajamos directamente sobre el mapa. Es decir, qué pasos deberíamos realizar para, a partir de los tres puntos, localizar el centro. Posteriormente lo compararíamos con la facilidad que significa la utilización de una herramienta tan poderosa como Geogebra.

6. CONCLUSIÓN.

Ha sido nuestra intención, en los ejemplos que hemos presentado, demostrar que es posible trabajar distintas competencias desde el área de matemáticas. Basta con que el profesor tenga las dosis necesarias de imaginación para elaborar tareas que inviten a una mirada curiosa sobre la realidad que nos rodea.

En esta comunicación hemos intentado demostrar cómo Geogebra es una ayuda importante en el empeño anterior, facilitando la resolución de problemas relacionados con el arte, la cultura, la publicidad, y el medio ambiente.

En las tres tareas presentadas, nos hemos limitado a la utilización del programa, pero situaciones similares a las anteriores permiten con facilidad realizar proyectos multidisciplinares en el que también se desarrollen otras competencias como la lingüística, tratamiento de la información o interacción con el medio físico y ambiental.

Como hemos visto, con unas breves indicaciones fáciles de entender y realizar, el alumno puede llevar a cabo las construcciones necesarias para resolver el problema. En general, si seleccionamos de forma adecuada problemas abiertos, estamos colocando al alumnado frente a situaciones que favorecen la construcción de su aprendizaje, el desarrollo de su autonomía e iniciativa personal, y la competencia de aprender a aprender.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 34 – SEPTIEMBRE DE 2010

Autoría

- Nombre y Apellidos: RAFAEL GONZÁLEZ BÁEZ
- Centro, localidad, provincia: MÁLAGA
- E-mail: rafagbaez@hotmail.com