



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 35 OCTUBRE DE 2010

“EXPERIENCIA DIDÁCTICA DE FÍSICA PARA DETERMINAR LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN MUELLE”

AUTORÍA MARÍA FRANCISCA OJEDA EGEA
TEMÁTICA EXPERIMENTO FÍSICA Y QUÍMICA, APLICACIÓN MÉTODO CIENTÍFICO
ETAPA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO

Resumen

Se expone una experiencia sencilla para integrarse dentro de las unidades didácticas de Estática de la materia de Física y Química de 4º de ESO y del Método Científico de la materia de Física y Química de 1º de Bachillerato, para lo que se proponen diferentes niveles de profundización en el tratamiento de las medidas experimentales. Sólo se necesita una clase para su realización completa.

Se propone la determinación de la constante de un muelle problema mediante un método estático.

Palabras clave

Experiencia de Física y Química, aplicación del método científico.

1. INTRODUCCIÓN

La realización de experiencias de laboratorio en la materia de Física y Química es una necesidad intrínseca de la disciplina, que se encuentra con dificultades reales de tiempos, espacios y materiales.

-La ausencia de los recursos humanos necesarios para que el alumnos/a adquiera destrezas manipulativas básicas desde el primer ciclo de la ESO, contribuye al que profesorado en muchas ocasiones no se atreva (por el riesgo existente en los centros necesarios) a ir con un grupo entero al laboratorio.

-En otras ocasiones se añade a lo anterior la falta de espacio físico en el laboratorio para un grupo de treinta alumnos/as, que es la actual ratio en la ESO, o más si se trata de Bachillerato.

-La falta de material de laboratorio para tanto alumnado es otra realidad, además de su elevado precio económico.

-No siempre se dedica tiempo suficiente en las programaciones al tratamiento de datos experimentales, cálculo de errores, obtención de leyes a partir de representaciones gráficas.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 35 OCTUBRE DE 2010

En este sentido, la primera unidad didáctica de Física y Química de 1º de Bachillerato si aborda el tratamiento de medidas experimentales a fondo, por lo que resulta más comprensivo para el alumnado aplicar lo estudiado a una experiencia realizada por ellos mismos.

En la ESO, se esboza en 3º de ESO el método científico, los errores en las medidas y la realización de gráficas. La obtención de ecuaciones a partir de gráficas suele quedar por encima del nivel del alumnado y no parece rentable invertir tiempo en explicarlo hasta 4º de ESO, aunque sólo se puede hacer de modo aproximado sin usar el método de los mínimos cuadrados.

Aquí se propone un procedimiento sencillo, que pueden realizar los propios alumnos/as, probado y llevado a cabo en la práctica que se puede realizar por completo en una hora de clase. Para el tratamiento de datos experimentales se abordan dos métodos con distinto nivel de profundización para 4º de ESO y 1º de Bachillerato.

Se propone la determinación de la constante de un muelle problema mediante un método estático.

Para 4º de ESO se puede determinar la constante elástica de un muelle operativamente a partir de una representación gráfica. Para 1º de Bachillerato se puede determinar dicha constante con mayor precisión, usando el método de mínimos cuadrados.

Se propondría trabajo de laboratorio en grupos de tres alumnos, que usarían un guión de la práctica detallado y completo elaborado por el profesor.

2. OBJETIVOS.

- Determinar experimentalmente la constante elástica de un muelle.
- Obtener la ecuación de una recta de datos experimentales y obtener por comparación con la ley teórica que relaciona la fuerza aplicada en un muelle con su deformación (ley de Hooke), el significado físico de la pendiente de la recta obtenida.

3. MATERIALES.

- Dinamómetro de 1 N.
- Trípode.
- Varilla.
- Nuez doble.
- Pinza o varilla con gancho.
- Cinta métrica.
- Un muelle problema.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 35 OCTUBRE DE 2010

- Portapesas de 10 g y varias pesas hasta poder montar 70 g.
- Papel milimetrado.
- Para 1º de Bachillerato un ordenador con hoja de cálculo.

4. FUNDAMENTO TEÓRICO.

Las fuerzas causan en los cuerpos variación de velocidad y deformación.

Un muelle es un cuerpo elástico, que recupera su forma cuando se le deja de aplicar una fuerza, y en él se cumple la ley de Hooke (dentro de los límites de elasticidad de un muelle), que dice que la fuerza aplicada en el muelle es directamente proporcional al alargamiento producido en él respecto a su posición de equilibrio x . Matemáticamente:

$$F = k \cdot x$$

k recibe el nombre de constante elástica de un muelle y es una característica del mismo. Su unidad en el Sistema Internacional es N/m.

Así, si se representa gráficamente la fuerza aplicada sobre un muelle F frente a la deformación que le produce se obtendrá una recta que pasa por el origen de coordenadas, cuya pendiente es la constante elástica del muelle.

El dinamómetro es el instrumento de medida de fuerzas estáticas, que no consiste más que en un muelle elástico para el que se ha podido determinar su relación F/x , lo que ha permitido su graduación para poder medir fuerzas.

5. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

-Se cuelga el muelle problema de una varilla horizontal sin colgarle ninguna masa. Esa es la posición de equilibrio del muelle. Se mide la longitud del muelle en dicha posición, que se denomina l_0 .

-Se cuelga el portapesas y se anota la nueva longitud del muelle, que se denomina l . Se considera suficiente una sola medida.

-Se repite el paso anterior con 1, 2 ... pesas. La masa total a colgar no debe superar 70 g.

-Para saber la fuerza que ha provocado cada alargamiento, que han sido los valores del peso de las masas colgadas, colgamos el portapesas y las pesas correspondientes del dinamómetro y se miden los valores marcados por el dinamómetro.

-Los datos se van recogiendo en una tabla ordenada, incluyendo los correspondientes errores, que se consideran como los errores absolutos de los instrumentos de medida.



-A continuación se construirá la gráfica F-x, donde x es la deformación sufrida por el muelle al colgarle cada masa, calculada como la diferencia de longitudes que tiene el muelle al colgarle una pesa y su longitud de equilibrio.

-Una vez realizada la gráfica se debe obtener la ecuación de la gráfica experimental:

-En 4º de ESO tomando dos puntos de la recta dibujada y sustituyendo sus coordenadas en la ecuación teórica de la recta $y = a + b \cdot x$, lo que permite determinar la ordenada en el origen a y la pendiente b.

-En 1º de Bachillerato mediante el método de mínimos cuadrados, para lo que se puede usar la hoja de cálculo Gnumeric (software libre) que permite obtener los valores de a y b junto con su error, además del coeficiente de correlación lineal.

-Por comparación con la ley teórica que relaciona F y x, la constante elástica del muelle es la pendiente de la recta:

-Con el método usado en 4º de ESO se desconoce el error cometido en su determinación.

-El método usado en 1º de Bachillerato sí permite obtener el error cometido en la determinación de la constante elástica del muelle.

6. MEDIDAS EXPERIMENTALES.

Las medidas realizadas por un grupo de alumnos de 4º de ESO fueron:

Masa (g)	F (N)	l (cm)	l ₀ (cm)	x (cm)
0,0 ± 0,1	0,00 ± 0,02	2,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	0,0 ± 0,2
10,2 ± 0,1	0,08 ± 0,02	7,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	5,0 ± 0,2
20,4 ± 0,1	0,20 ± 0,02	12,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	10,0 ± 0,2
30,4 ± 0,1	0,28 ± 0,02	17,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	15,0 ± 0,2
40,3 ± 0,1	0,40 ± 0,02	22,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	20,0 ± 0,2
50,6 ± 0,1	0,48 ± 0,02	27,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	25,0 ± 0,2
60,6 ± 0,1	0,60 ± 0,02	32,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	30,0 ± 0,2
70,8 ± 0,1	0,68 ± 0,02	37,5 ± 0,1	2,5 ± 0,1	35,0 ± 0,2

6. TRATAMIENTO DE DATOS EXPERIMENTALES.

Las medidas realizadas deben usarse para hacer la gráfica fuerza-deformación, lo que debe hacerse en unidades del sistema internacional.

Se ha incluido que el error absoluto de la deformación es la suma de los errores absolutos de las dos longitudes de la que se obtiene como diferencia.

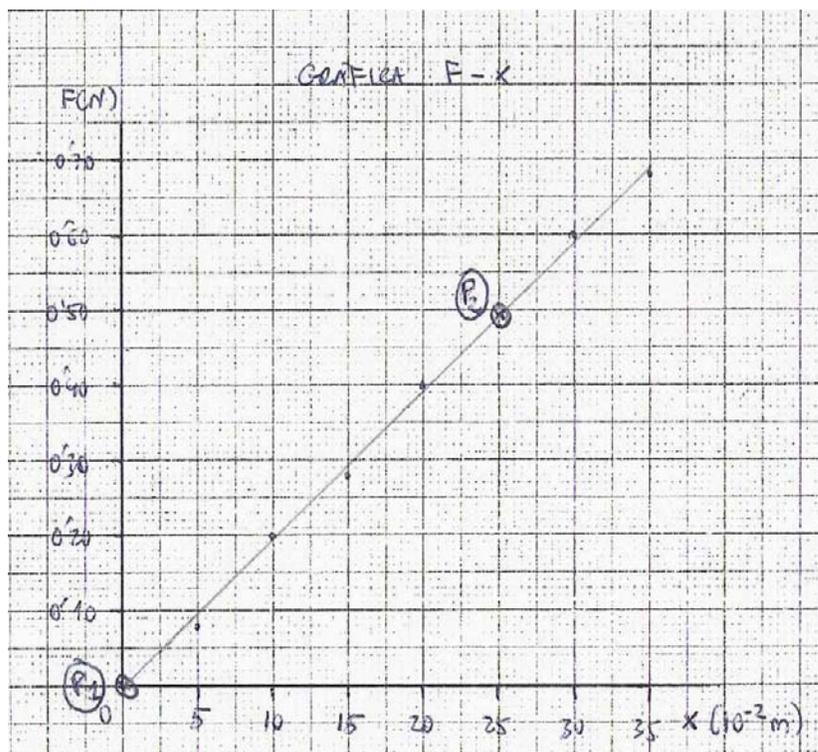
El tratamiento de datos experimentales es diferente para cada nivel:

6.1. 4º de ESO.

Para 4º de ESO deben representar la gráfica fuerza-deformación a partir de la tabla obtenida. Cada punto de representado asocia una pareja de valores relacionados F-x.

Al tratar de unir los puntos para obtener la gráfica, que se aproxima a una línea recta, el alumno verá que los puntos representados no están perfectamente alineados.

Esto debe llevarle a la conclusión de que el procedimiento no es perfecto pues que podríamos dibujar varias rectas diferentes. Deben tratar de dibujar una línea recta que pase por el mayor número de puntos posible y que deje por encima y por debajo de ella el mismo número de puntos, y si puede ser a la misma distancia.



Una vez representada la gráfica a mano alzada, queda por obtener los parámetros de la ecuación de la recta obtenida. La ecuación general de la recta es $y = a + b \cdot x$. Como en nuestro caso y es la fuerza y x la deformación del muelle podemos decir que la ecuación de nuestra recta experimental es $F = a + b \cdot x$.

Para determinar los valores de la ordenada en el origen de la recta obtenida “a” y de la pendiente “b”, se toman dos puntos de la recta dibujada de coordenadas fácilmente observables sobre la gráfica P_1 de coordenadas (x_1, F_1) y P_2 de coordenadas (x_2, F_2) . En principio estos puntos no tienen por qué coincidir con valores medidos previamente. Si ambos puntos están en la recta, sus coordenadas satisfacen la ecuación, por lo que se cumple:

$$F_1 = a + b \cdot x_1 \quad \text{y} \quad F_2 = a + b \cdot x_2$$

Así tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas “a” y “b” que, por ejemplo, puede resolverse por reducción. Si restamos estas dos ecuaciones obtenemos que:

$$b = \frac{F_2 - F_1}{x_2 - x_1} \quad \text{y posteriormente} \quad a = F_1 - b \cdot x_1 \quad \text{ó} \quad a = F_2 - b \cdot x_2$$

En nuestro caso, los puntos escogidos son $P_1 = (0, 0)$ y $P_2 = (25, 0,49)$.

Así los valores obtenidos son:

$$b = 1,96 \text{ N/m} \quad a = 0 \text{ N}$$

Por comparación con la ley teórica que relaciona la fuerza que se ejerce sobre el muelle con la deformación que le produce (ley de Hooke) $F=k \cdot x$ la pendiente de la recta obtenida es la constante elástica del muelle:

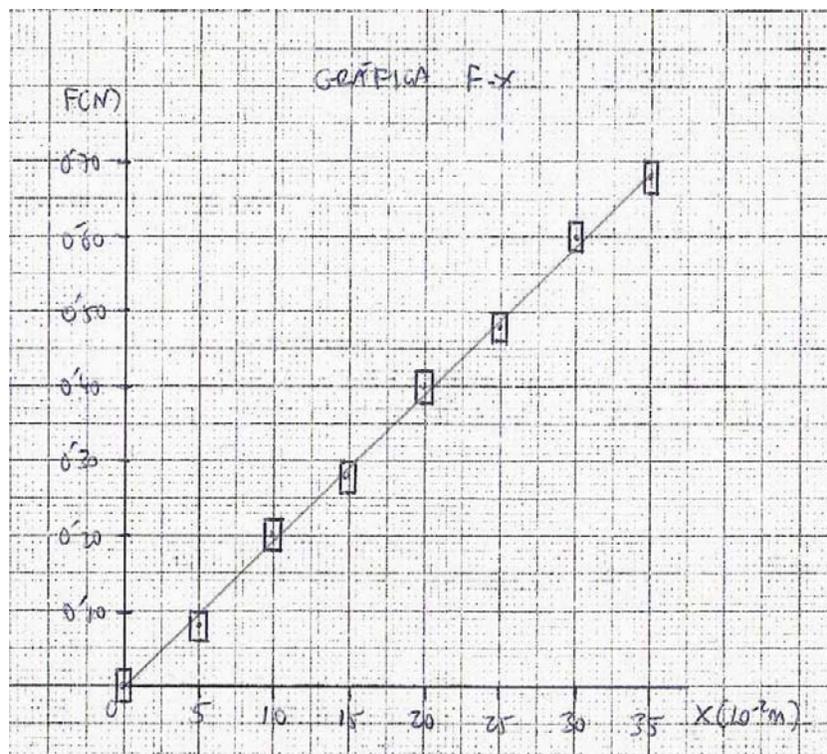
$$k = 1,96 \text{ N/m}$$

Este procedimiento no nos permite saber como de bien pueden estar los resultados, pues entre otras cosas no tenemos una estimación del error cometido en la determinación de la ordenada en el origen y la constante.

Un indicador de que los resultados no parecen estar muy mal puede ser que la gráfica debe pasar teóricamente por el origen de coordenadas y vemos que en la gráfica práctica así ocurre.

6.2. 1º de Bachillerato.

Para 1º de Bachillerato, donde se ha estudiado con cierto detalle los errores en las medidas, se va a representar la misma gráfica, pero añadiendo el rectángulo de error. Esto se obtiene representado cada valor de cada magnitud y además la incertidumbre con la que se conoce dicho valor, por encima y por debajo del valor medido.



En esta ocasión se traza la recta que pase por el mayor número de puntos posible y que deje por encima y por debajo de ella el mismo número de puntos, si puede ser a la misma distancia, asegurándonos de que siempre se pase por rectángulos de error. Si nos dejáramos demasiados puntos



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 35 OCTUBRE DE 2010

alejados de la gráfica de modo que la recta ni siquiera pase por estos rectángulos, tendríamos que pensar en que hay medidas que no están bien hechas o, algo que no ocurre en nuestro fenómeno, que los datos no se ajustan bien a una recta.

Para obtener ahora los parámetros de la ecuación de la recta usamos un método más preciso que el usado en 4º de ESO, que además nos permita cuantificar el error cometido al determinar dichos parámetros. Este es el método de los mínimos cuadrados.

Este método propone que la recta que mejor se ajusta a los datos experimentales es aquella que cumple que la distancia al cuadrado de cada punto experimental a la recta sea la mínima posible. Este criterio lleva a demostrar unas fórmulas complicadas para la ordenada en el origen “a” y la pendiente “b”, así como para sus correspondientes errores.

No ponemos aquí dichas expresiones por su complejidad y porque estos cálculos no suelen hacerse manualmente. Hay programas informáticos y calculadoras científicas que nos suministran estos parámetros. Sin embargo, la mayoría de calculadoras no permiten calcular el error cometido, lo que es imprescindible para conocer la bondad del resultado obtenido.

Así, en nuestro caso usaremos un programa informático, que será una hoja de cálculo de software libre llamada Gnumeric, que tiene una opción de análisis de regresión que de forma sencilla proporciona los parámetros que queremos determinar.

Un parámetro importante en el ajuste de por mínimos cuadrados, incluso más que los parámetros de la pendiente, es el coeficiente de regresión lineal “r”. Se calcula con los mismos procedimientos que “a” y “b” y proporciona un valor numérico sin unidades que nos indica lo bien o mal que los datos se ajustan a una línea recta. El valor de “r” está comprendido entre 0 y 1 (-1 y 0 si la pendiente de la recta es negativa) de modo que cuanto más próximo a ± 1 esté el valor del parámetro mejor se ajustan los puntos experimentales a una línea recta.

Introduciendo en dicho programa nuestra tabla de valores, obtenemos los siguientes resultados:

$$a = (-0,00667 \pm 0,00727) \text{ N} \quad b = (1,98096 \pm 0,03478) \text{ N/m} \quad r = 0,99908$$

Redondeando de modo que el error absoluto sólo tenga una cifra significativa y que el valor de la magnitud tenga la misma precisión que el error absoluto llegamos a:

$a = (-0,007 \pm 0,007) \text{ N}$	$b = (1,98 \pm 0,03) \text{ N/m}$	$r = 0,99908$
------------------------------------	-----------------------------------	---------------

La proximidad del parámetro “r” a la unidad da cuenta de que los resultados quedan bien aproximada a la recta.

El valor de la ordenada en el origen está muy próximo a cero, como debe ser teóricamente, y su error absoluto es igual a dicho valor, por lo que el valor teórico queda comprendido dentro del intervalo en que se sabe que está el valor de “a”.

La pendiente “b” tiene un error relativo muy pequeño, del 1,5%, lo que da pie a pensar que se ha realizado una buena determinación de la pendiente.



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 35 OCTUBRE DE 2010

Por comparación con la ley teórica que relaciona la fuerza que se ejerce sobre el muelle con la deformación que le produce (ley de Hooke) $F=k \cdot x$ la pendiente de la recta obtenida es la constante elástica del muelle:

$$k = (1,98 \pm 0,03) \text{ N/m}$$

lo que significaría que podemos asegurar que el valor de k está comprendido entre $k = 1,98 - 0,03$ y $k = 1,98 + 0,03$ N/m: entre 1,95 y 2,01 N/m.

7. CONCLUSIONES.

Hemos aplicado dos modos diferentes para hacer el tratamiento de datos experimentales en los que se aprecia distinto nivel de profundización y dificultad, que no suponen un gran desgaste ni una inversión de tiempo en la programación que no las haga viables.

Es interesante para el alumno/a de 4º de ESO que se dé cuenta en la necesidad de cuantificar todos los errores de las medidas y cálculos que se realizan, pues eso nos puede indicar lo bueno que es un procedimiento experimental.

Para el alumnos/a de 1º de Bachillerato es interesante llevar a cabo lo estudiado en teoría y que el tratamiento de errores y análisis de gráficas no se quede sólo en la realización de ejercicios "preparados".

En este caso hemos obtenido unos resultados muy buenos, pues el valor que el fabricante da para el muelle problema es de 2 N/m, y nosotros:

-Mediante el primer procedimiento nos ha salido un valor próximo al valor exacto, aunque con este procedimiento desconocemos el error cometido en su determinación.

-Hemos cometido en el segundo procedimiento un error relativo sólo del 1,5%, quedando el valor dado por el fabricante dentro del intervalo donde puede estar comprendido el valor exacto de la magnitud determinados por nosotros.

BIBLIOGRAFÍA.

-Alados, L., Esteban, M.J., Foyo, I., Jiménez, J.R. y otros (1992). *Prácticas de laboratorio de Física General*. Granada: Universidad de Granada.

Autoría

- Nombre y Apellidos: María Francisca Ojeda Egea.
- Centro, localidad, provincia: IES Ángel Ganivet, Granada (Granada).
- E-mail: francisojedaegea@gmail.com